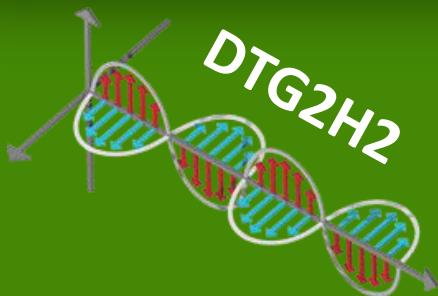




Telkom  
University



# ELEKTROMAGNETIK TERAPAN



1. PERSAMAAN MAXWELL MEDAN  
DINAMIS  
(Konsep, Arti Fisis dan Penerapan)

By Dwi Andi Nurmantris

WHERE ARE WE??

- 1. PENDAHULUAN**
  - Pengenalan Mata Kuliah
  - Silabus (materi), dan referensi,
  - Aturan penilaian: Quis, Ujian, Tugas dll
  - Aturan Perkuliahan : Kontrak Belajar
  - Sejarah dan Aplikasi Elektromagnetika
- 2. PERSAMAAN MAXWELL UNTUK MEDAN DINAMIS**
  - Konsep dan Arti Fisis tentang Empat Persamaan Maxwell
  - penerapan konsep Empat Persamaan Maxwell
- 3. PROPAGASI GELOMBANG DATAR**
  - Penurunan Pers. Helmholtz dari Persamaan Maxwell
  - Perambatan gelombang pada Berbagai Medium (Dielektrik Merugi)
  - Perambatan gelombang pada Dielektrik Sempurna, Vakum, Konduktor : Efek Kulit) dengan Parameter Primer dan Parameter Sekundernya
  - Vektor Poynting dan Analisis Daya
  - Polarisasi Gelombang
  - Pantulan gelombang sudut datang nol
  - Konservasi Daya dalam Pantulan
  - Standing Wave Ratio, Impedansi Input, dan Matching gelombang
  - Radome (med1|med2|med3 -med1|med2|med3)
  - Perambatan GEM pada arah sembarang
  - Pantulan Sudut-Datang Tak-Nol dan Nol : Gelombang Berdiri
- 4. SALURAN TRANSMISI**
  - Model dan Persamaan Saluran Transmisi
  - Macam-macam Saluran Transmisi dengan Parameter Primer dan Sekundernya, Saluran Distortionless dan Lossless

# WHERE ARE WE??

- Kasus 1 : Saluran Tak-merugi Beban Sesuai ( $V$ ,  $I$ ,  $P$ )
- Kasus 2 : Saluran Tak-merugi Beban Tak-Sesuai ( $V$ ,  $I$ ,  $P$ )
- Impedansi input dan VSWR
- Kasus 3 : Saluran-saluran Istimewa ( $\lambda/2$ ,  $\lambda/4$ ,  $Z_L = 0$ ,  $Z_L = \infty$ )
- Kasus 4 : Persoalan Saluran Merugi
- Penyesuaian Impedansi dengan Transformator  $1/4$  panjang glb.
- Konsep lebar-pita frekuensi untuk sistem saluran transmisi
- Penyesuaian Impedansi dengan Stub-Tunggal
- Smith-Chart: Pembuatan dan Penggunaan
- Penyesuaian Impedansi dengan Stub Ganda dengan Smith Chart

## 5. BUMBUNG GELOMBANG PERSEGI (BGP)

- Analisis Medan Elektromagnetik dalam BGP
- Gelombang Mode TM<sub>mn</sub>, Parameter Primer dan Sekunder
- Gelombang Mode TE<sub>mn</sub>, Parameter Primer dan Sekunder
- Tinjauan Daya dan Rugi-rugi

## 6. BUMBUNG GELOMBANG SIRKULAR (BGS)

- Analisis Medan Elektromagnetik dalam BGS
- Gelombang Mode TM<sub>nl</sub> dan TE<sub>nl</sub>, Parameter Primer dan Sekunder
- Pengenalan Serat Optik

## 7. RADIASI GELOMBANG

- Analisis Medan Radiasi Filamen Pendek, Diagram Arah
- Aproksimasi untuk Medan Jauh, Daya Pancar, Tahanan Pancar
- Dipole  $1/2\lambda$  dan Monopole

# OUTLINE



1. Vektor Analysis
  - a) Scalar dan vektor
  - b) Vektor Algebra
  - c) Coordinate system
  - d) Calculus of scalar and vektor
2. Electromagnetic Sources, Forces, and Fields
3. Maxwell's Equation
4. Time -Varying Electromagnetic Fields

# MAXWELL'S EQUATION



*'One scientific epoch ended  
and another began with  
James Clerk Maxwell.'*

ALBERT EINSTEIN

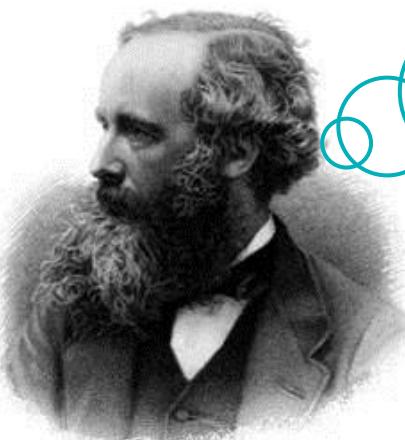
## *The* MAN *Who* CHANGED EVERYTHING

The Life of James Clerk Maxwell

# MAXWELL'S EQUATION



This is where we are heading



James Clark Maxwell.

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_v \rho dv$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

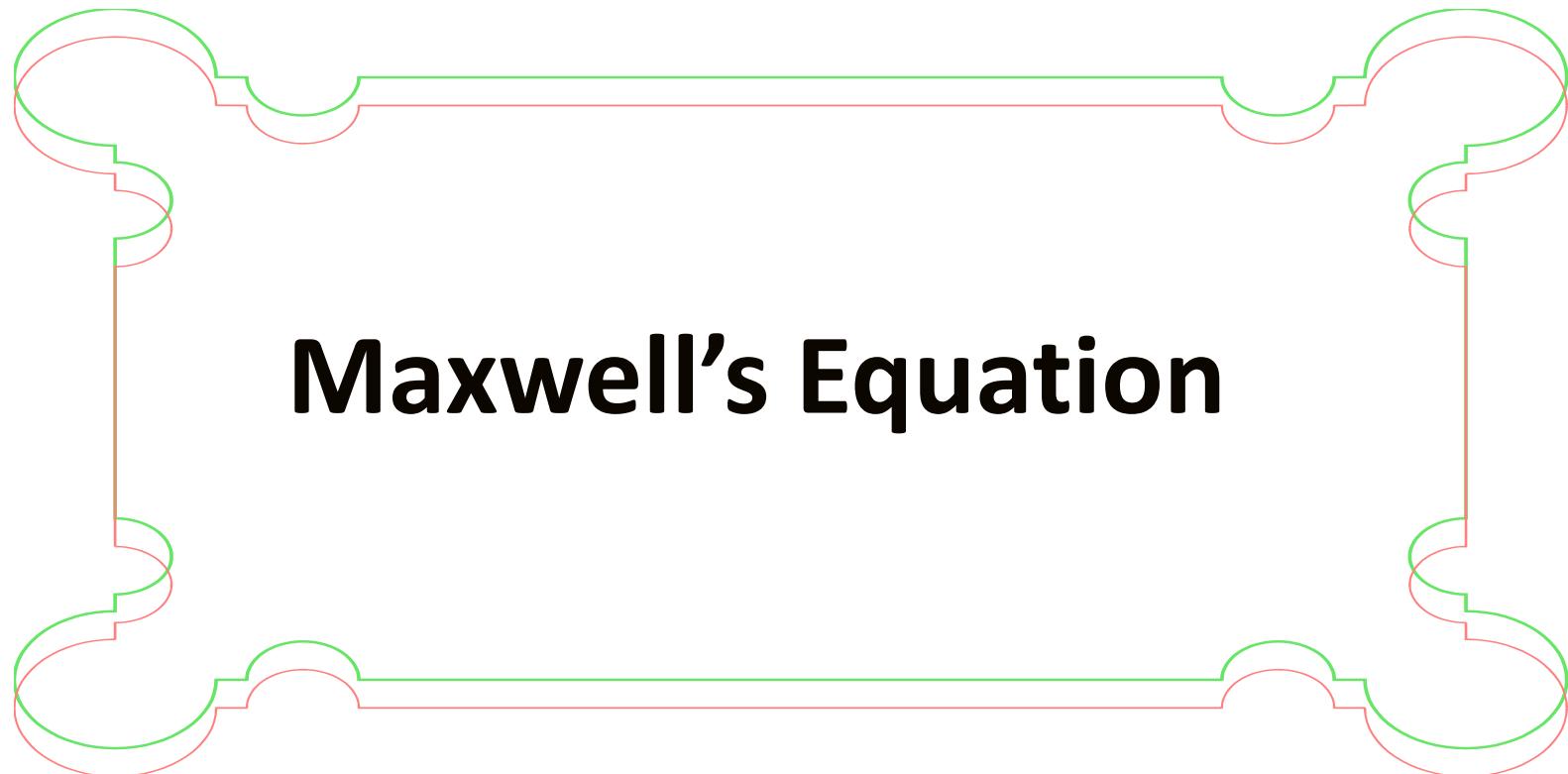
$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \oint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

$$\int_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s (\sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{s}$$



DON'T  
PANIC!

# OUTLINE



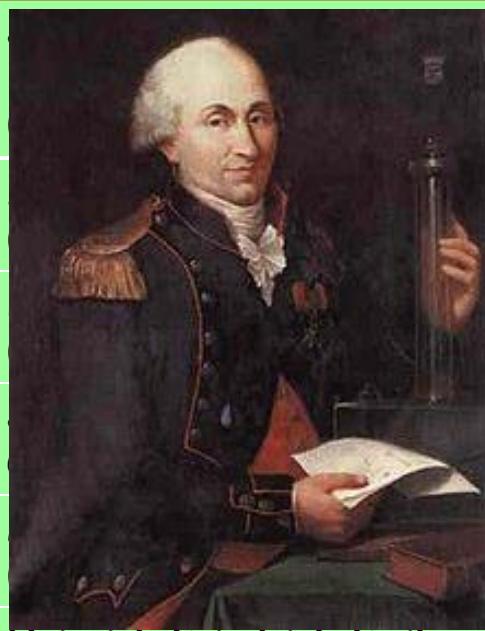
## Maxwell's Equation

# ELECTROMAGNETIC'S THEORY

1785

Coulomb's Law

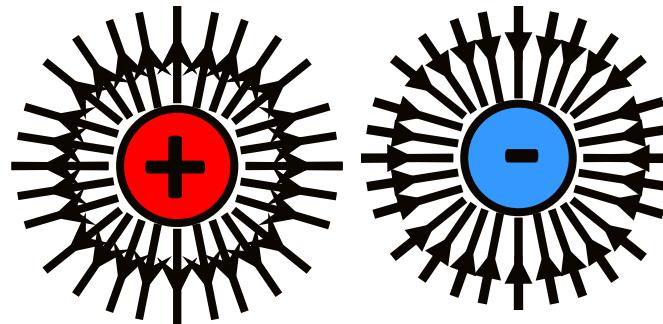
Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)



Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804 - 1865)

James Clerk Maxwell (1831-1879)

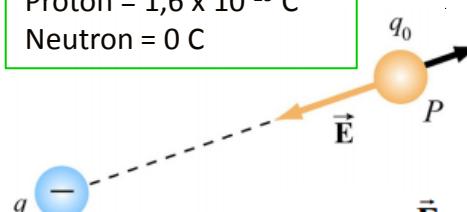
Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)



$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

$\vec{F}_{12}$  = Electric Force

Electron =  $-1,6 \times 10^{-19}$  C  
Proton =  $1,6 \times 10^{-19}$  C  
Neutron = 0 C



$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

di mana  $Q_1, Q_2$  : muatan ( C )  
 $r$  : jarak antara dua muatan ( m )  
 $F$  : gaya antara dua muatan ( N )

$$k : \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} C^2 / Nm^2 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} F/m$$

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$$

muatan q menimbulkan **Intensitas medan listrik**  
E dimana akan mengakibatkan gaya listrik  $F_e$  pada test charge  $q_0$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$q_0$ =test charge

# ELECTROMAGNETIC'S THEORY

Spring 1820

Oersted's Law

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

Jean-Baptiste Biot (1774-1862) and Félix Savart (1792-1841)

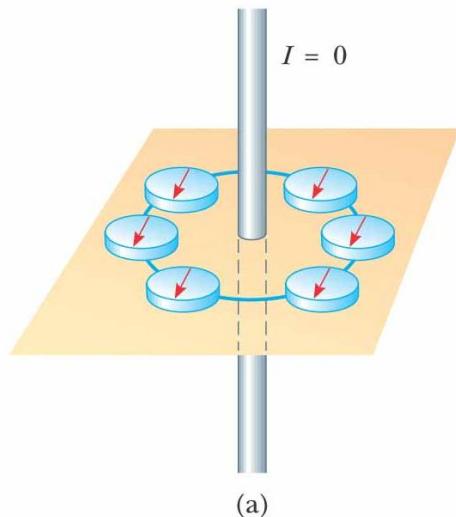
André-Marie Ampère (1775 - 1836)

Hans Christian Oersted (1777-1851)

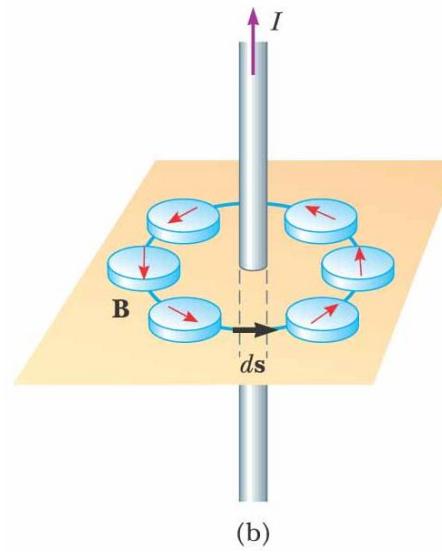


- Magnetic fields are caused by currents.
- Hans Christian Oersted in 1820's showed that a current carrying wire deflects a compass.

No Current in the Wire



Current in the Wire



# ELECTROMAGNETIC'S THEORY

July 1820

Ampere's Law

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

Jean-Baptiste Biot (1774-1862) and Felix Savart (1792-1841)

André-Marie Ampère (1775 - 1836)

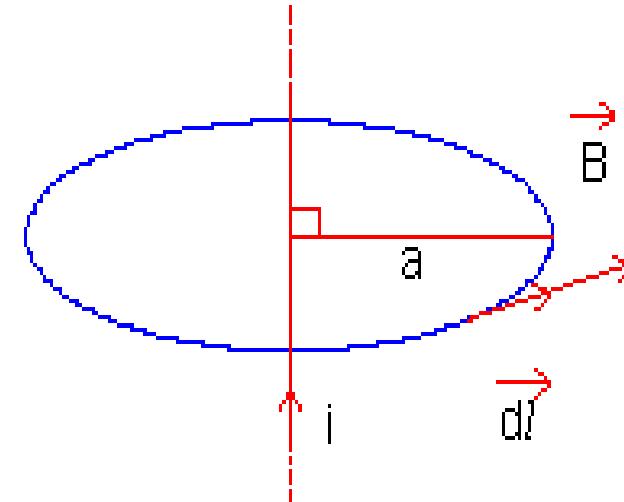


Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)

- It states that the line integral of the magnetic field (vector  $B$ ) around any closed path or circuit is equal to  $\mu_0$  (permeability of free space) times the total current ( $I$ ) flowing through the closed circuit.

Mathematically,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



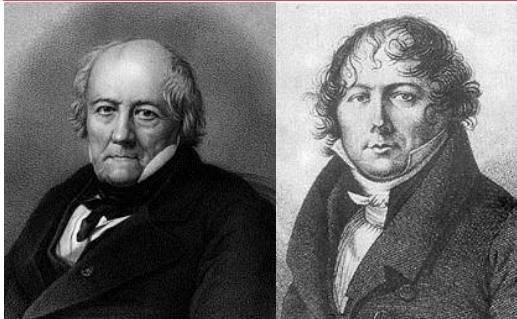
# ELECTROMAGNETIC'S THEORY

Fall 1820

## Biot-Savart's Law

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

Jean-Baptiste Biot (1774-1862) and Felix Savart (1792-1841)



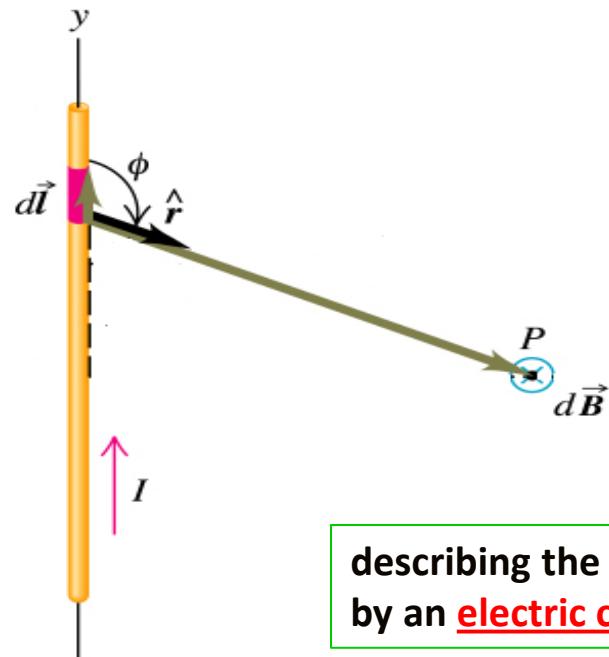
Michael Faraday, FRS (1791 - 1867)

Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804 - 1865)

James Clerk Maxwell (1831-1879)

Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)

- Biot - Savart law is used to calculate the magnetic field due to a current carrying conductor.
- According to this law, the magnitude of the magnetic field at any point P due to a small current element  $I.dl$  ( $I$  = current through the element,  $dl$  = length of the element) is,



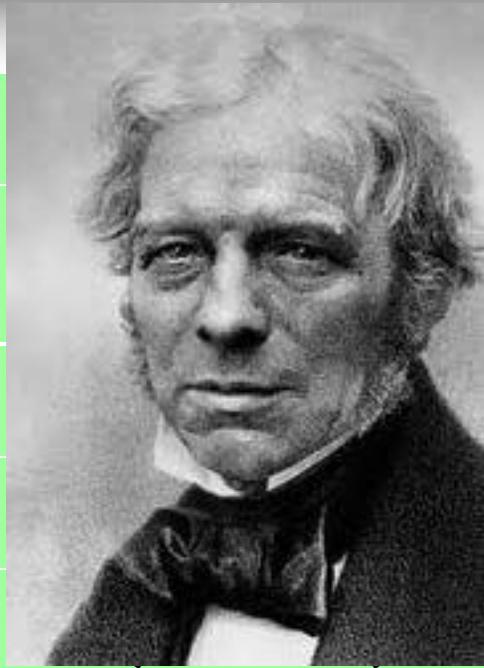
In vector notation,

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} (\vec{dl} \times \hat{r})$$

$$|dB| = \frac{\mu_0 I dl \sin \phi}{4\pi r^2}$$

describing the magnetic field generated by an electric current

# ELECTROMAGNETIC'S THEORY



**Michael Faraday, FRS  
(1791 - 1867)**

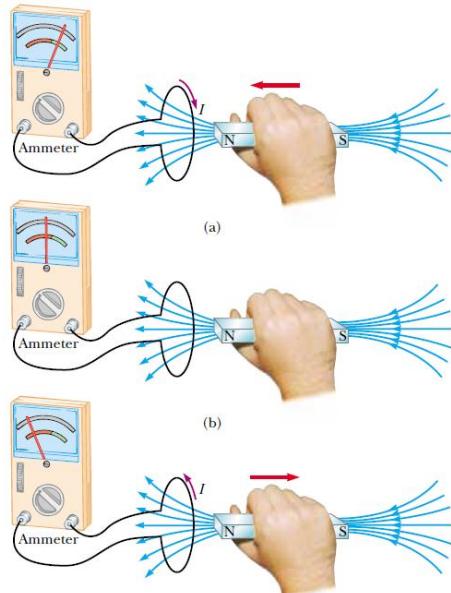
**Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804 - 1865)**

**James Clerk Maxwell  
(1831-1879)**

**Hendrik Antoon Lorentz  
(1853-1928)**

**1831**

## Faraday's Law



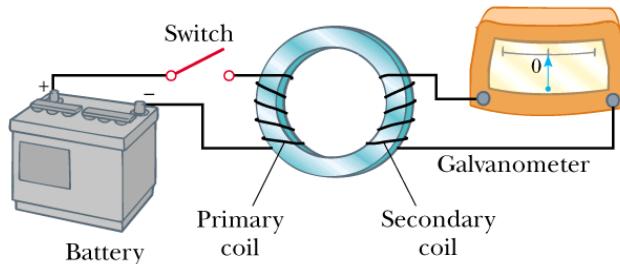
**Faraday's Law of Induction:** The EMF induced in a circuit is directly proportional to the time rate of change of magnetic flux through the circuit.

$$\text{EMF} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$$

where  $\Phi_B$  is the magnetic flux

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

**EMF = electromotive force (volt)**



The needle deflects momentarily when the switch is closed

If the circuit is a coil consisting of N loops all of the same area and if the flux threads all loops, the induced EMF is

$$\text{EMF} = -N \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}$$

# ELECTROMAGNETIC'S THEORY

1832

Gauss's Law for Electric Flux



1774-  
art

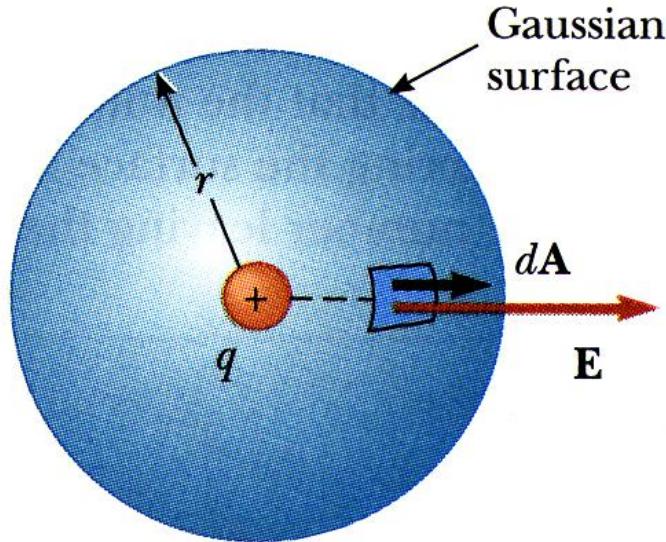
Johann Carl Friedrich  
Gauss (1777 - 1855)

Michael Faraday, FRS  
(1791 - 1867)

Heinrich Friedrich Emil  
Lenz (1804 - 1865)

James Clerk Maxwell  
(1831-1879)

Hendrik Antoon Lorentz  
(1853-1928)



The total flux passing through a closed surface is proportional to the charge enclosed within that surface.

$$\Phi_E = \iint_{\text{closed surface}} \vec{E} \bullet d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

# ELECTROMAGNETIC'S THEORY

## Gauss's Law for Magnetic Flux

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

Jean-Baptiste Biot (1774-1862) and Felix Savart (1792-1841)

André-Marie Ampère (1775 - 1836)

Hans Christian Oersted (1777-1851)

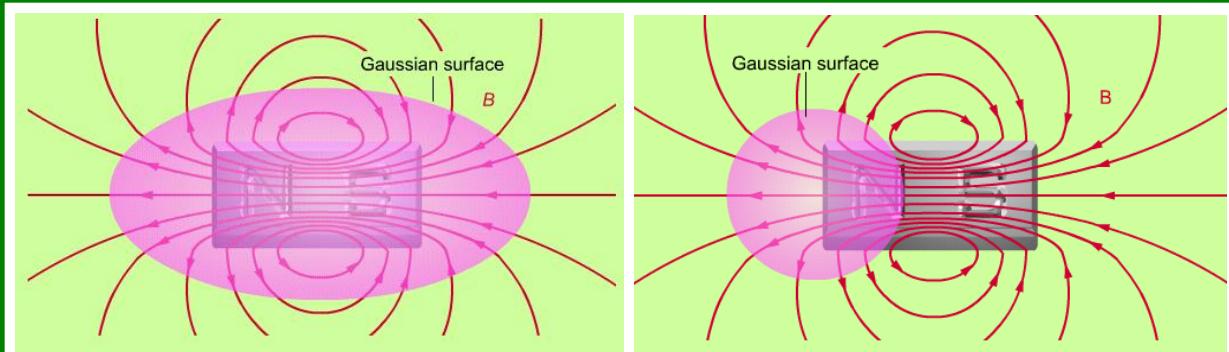
Johann Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855)

Michael Faraday, FRS (1791 - 1867)

Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804 - 1865)

James Clerk Maxwell (1831-1879)

Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)



Since magnetic field lines are loops, no matter how the Gaussian surface is constructed, there are always equal number of lines come into and leave the surface. So the magnetic flux on an enclosed surface is always 0:

$$\Phi_B \equiv \oint_{\text{enclosedsurface}} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

This is also to say that magnetic monopole has not been discovered.

# ELECTROMAGNETIC'S THEORY

1833

## Lenz's Law

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

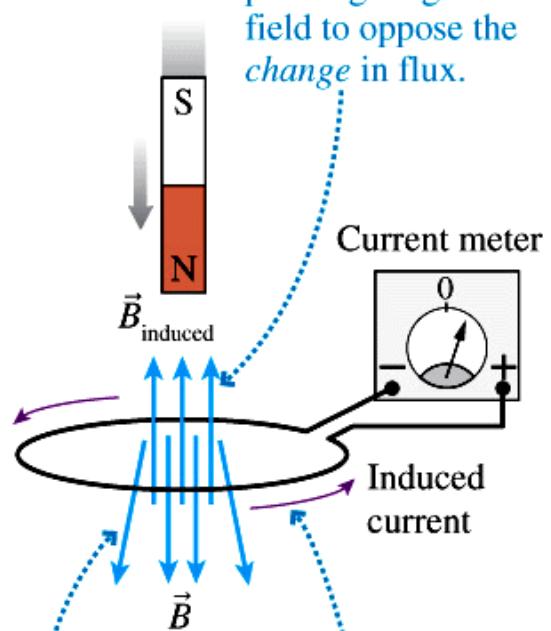
Jean-Baptiste Biot (1774-



Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804 - 1865)

James Clerk Maxwell (1831-1879)

Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)



1. The flux through the loop increases downward as the magnet approaches.
2. The loop needs to generate an upward-pointing magnetic field to oppose the *change in flux*.
3. According to the right-hand rule, a ccw current is needed to induce an upward-pointing magnetic field.

common way of understanding how **electromagnetic** circuits obey **Newton's third law** and the **conservation of energy**.

"emf yang dihasilkan sedemikian hingga jika arus dihasilkan oleh emf tersebut, maka fluks yang disebabkan arus ini akan cenderung melawan perubahan fluks asal"

# ELECTROMAGNETIC'S THEORY

1855-1868

Maxwell's Law

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

Jean-Baptiste Biot (1774-1862) and Felix Savart (1791-1841)



James Clerk Maxwell (1831-1879)

Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)

Persamaan maxwell bentuk integral dan differential

Hukum Faraday

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{L} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \bullet d\vec{S}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell

$$\oint \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int \vec{J} \bullet d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} \bullet d\vec{S}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Hukum Gauss untuk medan listrik

$$\int \vec{D} \bullet d\vec{S} = \int \rho_v dV = Q$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = \rho_v$$

Hukum Gauss untuk medan magnet

$$\int \vec{B} \bullet d\vec{S} = 0$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{B} = 0$$

Persamaan<sup>2</sup> Penghubung

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

dimana,

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

dimana,

$\vec{D}$  = rapat flux listrik ( $coulomb/m^2$ )

$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  = permitivitas bahan / medium

$\epsilon_r$  = permitivitas relatif bahan

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \left( \frac{\text{Farad}}{\text{meter}} \right)$$

$\vec{B}$  = rapat flux magnet ( $weber/m^2$  atau tesla)

$\mu = \mu_r \mu_0$  = permeabilitas bahan / medium

$\mu_r$  = permeabilitas relatif bahan

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left( \frac{\text{Henry}}{\text{meter}} \right)$$

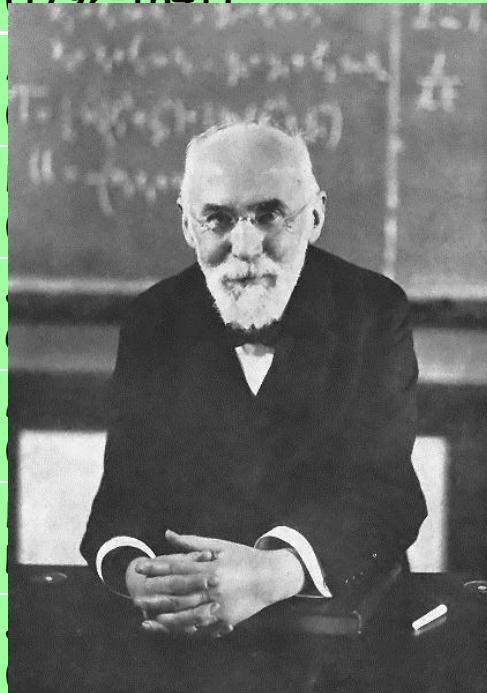
# ELECTROMAGNETIC'S THEORY

1892-1904

Lorentz's Force

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

Jean-Baptiste Biot (1774-1862) and Felix Savart (1791-1841)



Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)

✓ Gaya Listrik/Electric Force dari hk Coulomb :

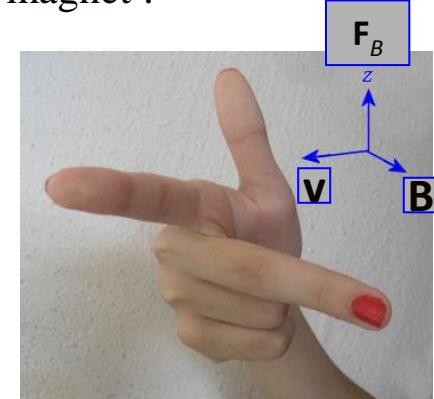
$$\vec{F}_E = q \times \vec{E}$$

✓ Jika muatan tersebut bergerak dengan kecepatan  $v$  pada suatu kerapatan fluks magnet maka muncul gaya magnet :

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

✓ Gaya magnet  $F_B$  sebanding dengan muatan  $q$ , kecepatan  $v$ , kerapatan fluks magnet  $B$ , dan sinus sudut antara  $v$  dengan  $B$

✓ Arah gaya Magnet tegak lurus terhadap arah  $v$  dan  $B$  dan akan mengikuti arah maju skrup yang diputar dari vektor arah gerak muatan listrik ( $v$ ) ke arah medan magnet  $B$



**Gaya Lorentz** adalah interaksi yang terjadi pada muatan bergerak yang berada dalam pengaruh kerapatan fluks magnet.(kombinasi gaya listrik dan gaya maknet pada muatan  $q$ )

$$\vec{F}_{EM} = \vec{F}_{Lorentz} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

# PERSAMAAN MAXWELL

Review : Parameter dan Satuan....

<b>Simbol</b>	<b>Keterangan</b>	<b>Satuan</b>
$\vec{E}$	Medan listrik	$\left( \frac{\text{Volt}}{\text{meter}} \right)$
$\vec{H}$	Medan magnet	$\left( \frac{\text{Ampere}}{\text{meter}} \right)$
$\vec{B}$	Rapat fluks magnetik	$\left( \frac{\text{Weber}}{\text{meter persegi}} \right)$
$\vec{D}$	Rapat fluks listrik	$\left( \frac{\text{Coulomb}}{\text{meter persegi}} \right)$
$\rho_v$	Rapat muatan volume	$\left( \frac{\text{Coulomb}}{\text{meter kubik}} \right)$
$Q$	Muatan listrik	Coulomb
$\vec{J}$	Rapat arus	$\left( \frac{\text{Ampere}}{\text{meter persegi}} \right)$

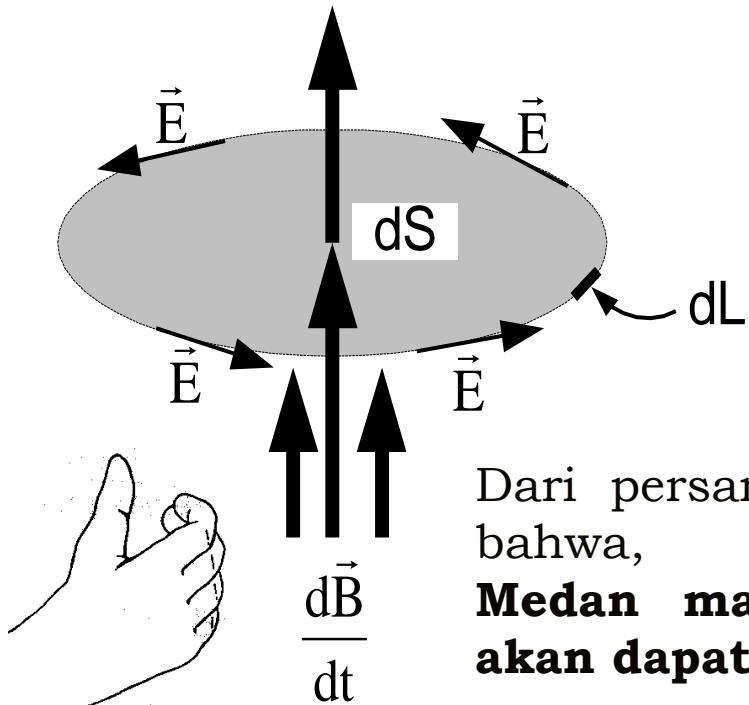
# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell I Hukum Faraday

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{L} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \bullet d\vec{S}$$

### Definisi

Jika ada rapat fluks magnet ( $B$ ) yang berubah terhadap waktu dan menembus suatu bidang yang dikelilingi lintasan tertutup, maka akan menghasilkan medan listrik ( $E$ ) yang arahnya sesuai dengan arah lintasan tertutup tersebut (mengelilingi bidang  $dS$ ).



Arah rapat fluks magnetik ( $B$ ) dan arah medan listrik ( $E$ ), sesuai dengan **aturan tangan kanan**.

Dari persamaan tersebut juga dapat menjelaskan bahwa,

**Medan magnet yang berubah terhadap waktu akan dapat menghasilkan medan listrik.**

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell I Hukum Faraday

Mari kita ulangi,

*Medan magnet yang berubah terhadap waktu akan dapat menghasilkan medan listrik.*

Atau,

*Fluks magnetik yang berubah terhadap waktu akan menyebabkan medan listrik*

## Electromotance Force (emf) / Gaya Gerak Listrik (ggl)

- Didefinisikan,

$$\text{electromotance force} = -\frac{d\phi}{dt}$$

**Persamaan Faraday !!**

dimana,

$\phi$  = fluks magnetik

$$\phi = \vec{B} \bullet \vec{S}$$

$$\phi = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos \theta_{BS}$$

S adalah luas bidang yang ditembus oleh medan magnetik

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell I Hukum Faraday

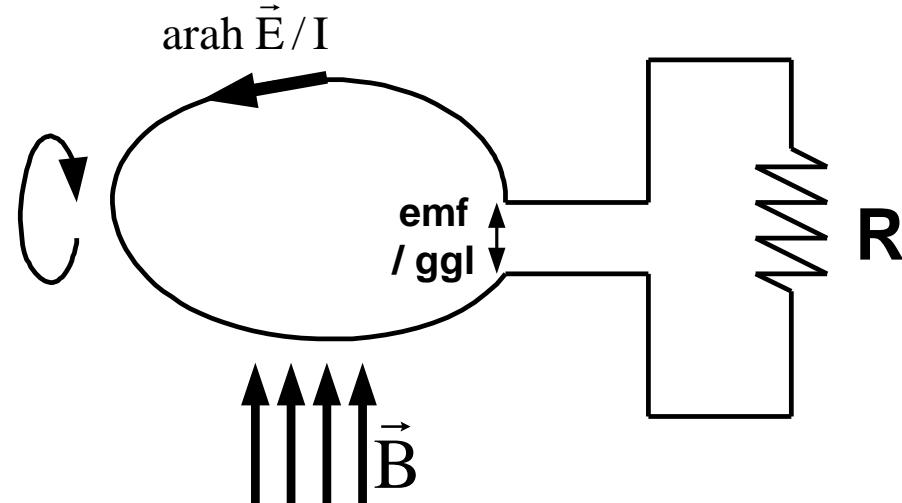
Lihat persamaan berikut...

$$\phi = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos \theta_{BS}$$

Dari persamaan di atas kita dapat menyimpulkan bahwa fluks magnetik yang berubah terhadap waktu bisa disebabkan oleh :

- Medan yang berubah terhadap waktu
- Luas bidang (yang ditembus medan magnet) berubah terhadap waktu  
→ **Jarang !!**
- Sudut berubah terhadap waktu → **Paling banyak dilakukan** karena tinggal memutar loop saja

Lihat gambar berikut...



# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell I Hukum Faraday

Persamaan Faraday !!

$$\text{electromotance force} = - \frac{d\phi}{dt}$$

dimana,

$$\phi = \int \vec{B} \bullet d\vec{S} \quad \text{dan} \quad \text{emf} = \oint \vec{E} \bullet d\vec{L}$$

Sehingga,

$$\text{emf} = \oint \vec{E} \bullet d\vec{L} = \frac{d}{dt} \int \vec{B} \bullet d\vec{S} \quad !!$$

- Tanda minus (-) pada persamaan Faraday berarti : “ *emf yang dihasilkan sedemikian hingga jika arus dihasilkan olehnya, maka fluks yang disebabkan arus ini akan cenderung melawan perubahan fluks asal* ”
- emf juga berbanding lurus terhadap jumlah lilitan N, sehingga dapat dinyatakan :

$$\text{emf} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell I Hukum Faraday

### Penurunan Bentuk Diferensial

- Ingat Teorema Stokes !! , yang menjelaskan perubahan bentuk integrasi..

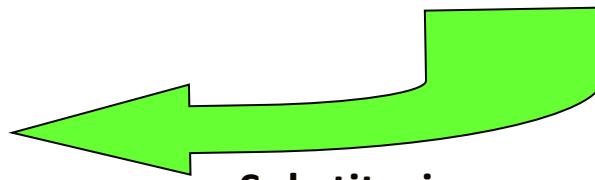
$$\oint_L \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \bullet d\vec{S}$$



$$\oint_L \vec{E} \bullet d\vec{L} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \bullet d\vec{S}$$

- Maka,

$$\oint_L \vec{E} \bullet d\vec{L} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \bullet d\vec{S}$$



$$\oint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \bullet d\vec{S} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \bullet d\vec{S}$$

$$\oint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \bullet d\vec{S} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \bullet d\vec{S}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

!!

Bentuk titik persamaan Maxwell I !!

# PERSAMAAN MAXWELL

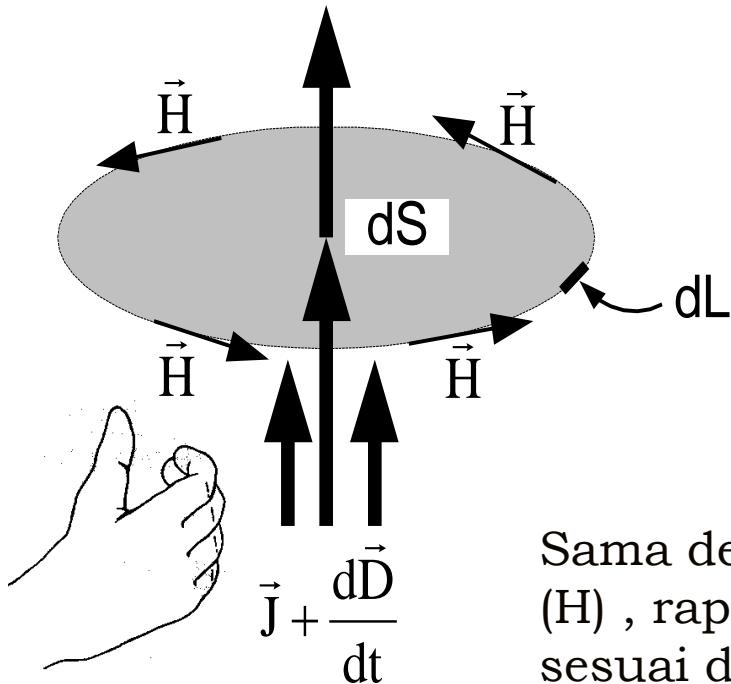
## Persamaan Maxwell II Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell

$$\oint \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int \vec{J} \bullet d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} \bullet d\vec{S}$$

$$\oint \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int \vec{J} \bullet d\vec{S} = I$$

Hukum Ampere (th 1820 ..)

Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell (th 1864..)



Jika ada rapat arus  $J$  dan rapat fluks listrik  $D$  yang berubah terhadap waktu yang menembus suatu bidang  $dS$  yang dikelilingi lintasan tertutup, maka akan dihasilkan medan magnet ( $H$ ) yang arahnya sesuai dengan lintasan tertutup tersebut (mengelilingi bidang  $dS$ ).

Sama dengan Hukum Faraday, arah medan magnet ( $H$ ) , rapat arus ( $J$ ) dan rapat fluks listrik ( $D$ ) , adalah sesuai dengan **aturan tangan kanan**. Continued...

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell II Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell

Maxwell menemukan fenomena arus pergeseran tanpa melakukan eksperimen, tetapi dengan melakukan analisis matematis bentuk diferensial / bentuk titik Hukum Ampere.

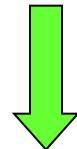
**Bagaimana analisis matematis yang telah dilakukan Maxwell ?**



Maxwell (1864)

- Bentuk integral hukum Ampere

$$\oint \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int \vec{J} \bullet d\vec{S} = I$$

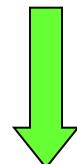


Teorema Stokes

$$\int_L \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \bullet d\vec{S}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$$

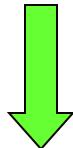
Bentuk diferensial Hukum Ampere



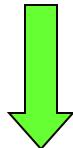
Masing-masing ruas persamaan didivergensikan ...

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell II Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell



$$\vec{\nabla} \bullet (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{\nabla} \bullet \vec{J}$$



Lihat identitas vektor ! ... divergensi dari suatu pusaran/curl pasti adalah NOL

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{J} = 0$$

- Persamaan di atas tidak berlaku untuk medan dinamis, karena pada medan dinamis berlaku **Hukum Kontinuitas** dimana,

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{J} = - \frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

Artinya,

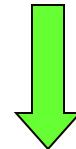
$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$  tidak berlaku untuk  $\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \neq 0$

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell II Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell kemudian...

- Maxwell memberikan suku tambahan bada bentuk titik dari Hukum Ampere,

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{G}$$



Masing-masing ruas persamaan  
didivergensikan ...

$$\vec{\nabla} \bullet (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{\nabla} \bullet (\vec{J} + \vec{G})$$

$$\underbrace{\vec{\nabla} \bullet (\vec{\nabla} \times \vec{H})}_{= 0} = \vec{\nabla} \bullet \vec{J} + \vec{\nabla} \bullet \vec{G}$$

= 0



Lihat **identitas vektor** ! ... divergensi dari suatu  
pusaran/curl pasti adalah NOL

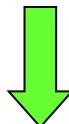
$$\vec{\nabla} \bullet \vec{G} = -\vec{\nabla} \bullet \vec{J}$$



# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell II Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell

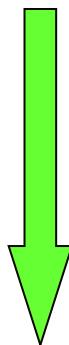
$$\vec{\nabla} \bullet \vec{G} = -\vec{\nabla} \bullet \vec{J}$$



Hukum Kontinuitas,

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{G} = -\left(-\frac{\partial \rho_v}{\partial t}\right) = \frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$



Ingin pengertian dari **TEOREMA DIVERGENSI** dan **HUKUM GAUSS**, bahwa...

*Divergensi dari rapat fluks listrik yang menembus suatu permukaan tertutup adalah sama dengan rapat muatan yang dilingkupi permukaan tertutup tersebut*

$$\iiint_v (\nabla \bullet \vec{D}) dV = \iiint_v \rho_v dV = \iint_s (\vec{D} \bullet d\vec{S})$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = \rho_v$$

Suku  $\vec{G}$  telah ditemukan !!

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{G} = \frac{\partial(\vec{\nabla} \bullet \vec{D})}{\partial t} = \nabla \bullet \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$



$$\vec{G} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

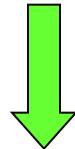
(Maxwell : th 1864)

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell II Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell

- Kembali pada pemisalan sebelumnya,,

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{G}$$



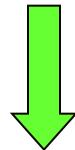
Dimana,

$$\vec{G} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

!!

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Bentuk diferensial / bentuk titik dari Persamaan Maxwell II : *Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell*

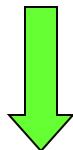


Integrasi terhadap luas

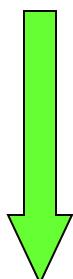
$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \bullet d\vec{S} = \int_S \vec{J} \bullet d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \bullet d\vec{S}$$

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell II Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell



$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \bullet d\vec{S} = \int_S \vec{J} \bullet d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \bullet d\vec{S}$$



Jika kita terapkan Teorema Stokes...

$$\oint_L \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \bullet d\vec{S}$$

!!

$$\oint_L \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int_S \vec{J} \bullet d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \bullet d\vec{S}$$

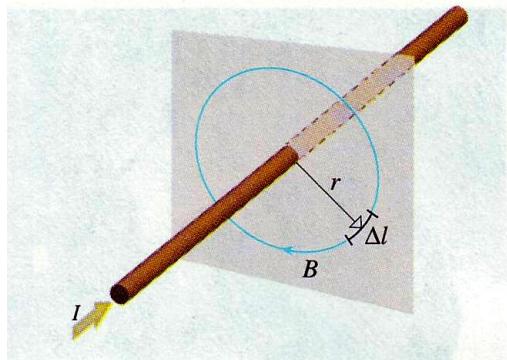
Bentuk integral Persamaan Maxwell II : *Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell*

# PERSAMAAN MAXWELL

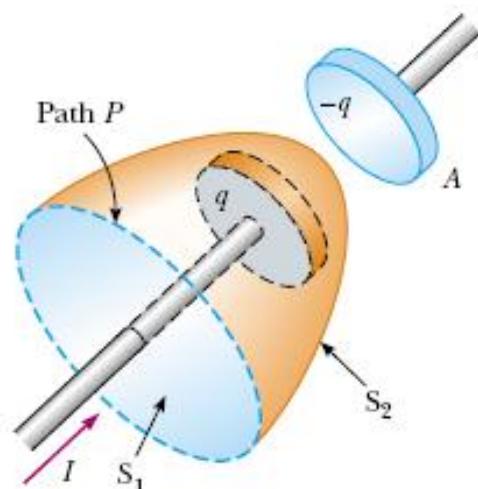
## Persamaan Maxwell II Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell

### ARUS PERGESERAN

Simak kembali hukum ampere



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$



- Misalkan suatu pengisian kapasitor, arus I berkurang seiring waktu dimana muatan pada kapasitor dan medan listrik di antara dua keping plat meningkat
- Tidak ada arus konduksi  $I_c$  yang mengalir diantara 2 plat
- Perhatikan **amperian loop/close path P** yang dibentuk oleh permukaan  $S_1$  dan  $S_2$
- Dari persamaan ampere diatas , seharusnya hasil integral pada **path P** baik menggunakan permukaan  $S_1$  maupun  $S_2$  sama tetapi :

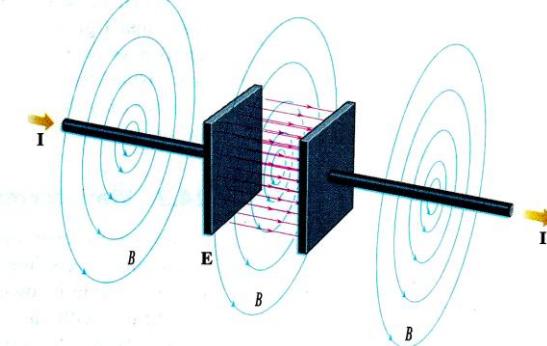
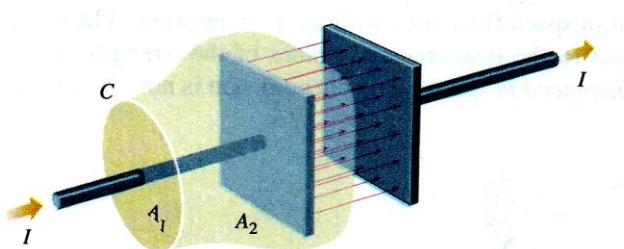
$$\text{permukaan } S_1 \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c \quad \text{INCONSISTENCY}$$

$$\text{permukaan } S_2 \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \text{ (tidak ada arus konduksi)}$$

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell II Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell

### ARUS PERGESERAN



- Jika Hukum Ampere masih berlaku, maka pasti ada medan magnet yang ditimbulkan oleh perubahan medan listrik diantara dua plat.
- Medan magnet induksi ini menunjukkan seolah-olah ada arus yang melalui dua keping plat yang disebut **ARUS PERGESERAN ( $I_d$ )**
- Arus pergeseran  $I_d$  ini sebanding dengan rate perubahan flux listrik  $\Phi_E$

$$I_d = \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}$$

$$\Phi_E = \int \vec{E} \bullet \vec{ds}$$

- Sehingga persamaan ampere menjadi :

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_o (I_C + I_d) = \oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_o I_d + \mu_o \epsilon_o \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}$$

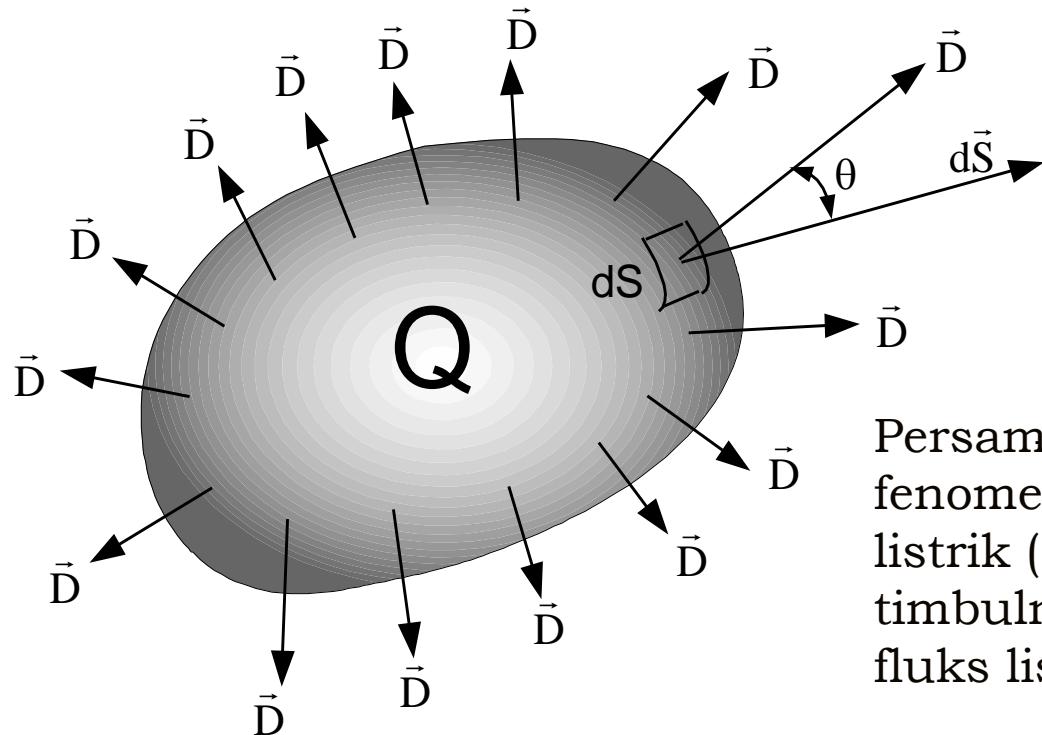
Bentuk integral Persamaan Maxwell II : *Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell*

$$\oint \vec{H} \bullet d\vec{l} = I_d + \epsilon_o \frac{\partial \int \vec{E} \bullet d\vec{s}}{\partial t} = I_d + \frac{\int \partial \vec{D} \bullet d\vec{s}}{\partial t} \Rightarrow \oint \vec{H} \bullet d\vec{l} = \int \vec{J} \bullet d\vec{s} + \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \bullet d\vec{s}$$

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell III Hukum Gauss untuk Medan Listrik

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \rho_v dV = Q$$



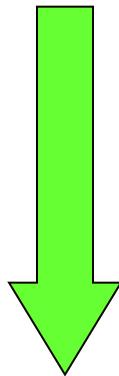
Jumlah total rapat fluks yang meninggalkan suatu permukaan tertutup **sama dengan** total muatan yang dilingkupi oleh permukaan tertutup itu sendiri

Persamaan diatas juga menjelaskan fenomena bahwa suatu muatan listrik ( $Q$ ) akan menjadi sumber timbulnya medan listrik / rapat fluks listrik

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell III Hukum Gauss untuk Medan Listrik

$$\oint \vec{D} \bullet d\vec{S} = \int \rho_v dV = Q$$



Teorema Divergensi

$$\oint_S \vec{D} \bullet d\vec{S} = \int_V (\vec{\nabla} \bullet \vec{D}) dV = \int_V \rho_v dV = Q$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = \rho_v$$

Bentuk titik Hukum Gauss untuk medan listrik

# PERSAMAAN MAXWELL

## Persamaan Maxwell IV Hukum Gauss untuk Medan Magnet

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{S} = 0$$

- Persamaan keempat Maxwell di atas menjelaskan bahwa **tidak ada yang dinamakan muatan magnetik** sebagai sumber medan magnetik. Adapun muatan listrik hanyalah akan menghasilkan medan listrik.
- Medan magnetik hanya dihasilkan oleh medan listrik yang berubah terhadap waktu atau dihasilkan oleh muatan listrik yang berubah terhadap waktu seperti yang dijelaskan dari Hukum Ampere.

Dengan teorema divergensi, didapat bentuk titik Hukum Gauss untuk medan magnet sbb :

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{B} = 0$$

# PERSAMAAN MAXWELL

## SUMMARY.....

### Bentuk Integral dan Bentuk Differential Persamaan Maxwell

<b>Hukum Faraday</b>	$\oint \vec{E} \bullet d\vec{L} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \bullet d\vec{S}$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
<b>Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell</b>	$\oint \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int \vec{J} \bullet d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} \bullet d\vec{S}$	$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
<b>Hukum Gauss untuk medan listrik</b>	$\oint \vec{D} \bullet d\vec{S} = \int \rho_v dV = Q$	$\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = \rho_v$
<b>Hukum Gauss untuk medan magnet</b>	$\oint \vec{B} \bullet d\vec{S} = 0$	$\vec{\nabla} \bullet \vec{B} = 0$

### Persamaan<sup>2</sup> Penghubung

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

# ANY QUESTION???





Thank you