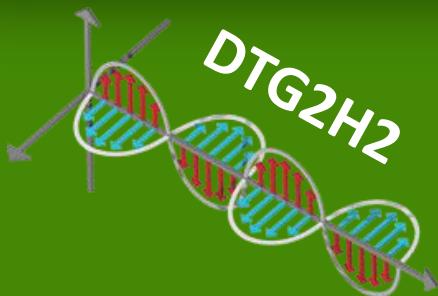




Telkom
University



ELEKTROMAGNETIK TERAPAN



1. PERAMBATAN GELOMBANG
ELEKTROMAGNET (GELOMBANG
DATAR)

By Dwi Andi Nurmantris

WHERE ARE WE??

- 1. PENDAHULUAN**
 - Pengenalan Mata Kuliah
 - Silabus (materi), dan referensi,
 - Aturan penilaian: Quis, Ujian, Tugas dll
 - Aturan Perkuliahahan : Kontrak Belajar
 - Sejarah dan Aplikasi Elektromagnetika
- 2. PERSAMAAN MAXWELL UNTUK MEDAN DINAMIS**
 - Konsep dan Arti Fisis tentang Empat Persamaan Maxwell
 - penerapan konsep Empat Persamaan Maxwell
- 3. PROPAGASI GELOMBANG DATAR**
 - Penurunan Pers. Helmholtz dari Persamaan Maxwell
 - Perambatan gelombang pada Berbagai Medium (Dielektrik Merugi)
 - Perambatan gelombang pada Dielektrik Sempurna, Vakum, Konduktor : Efek Kulit) dengan Parameter Primer dan Parameter Sekundernya
 - Vektor Poynting dan Analisis Daya
 - Polarisasi Gelombang
 - Pantulan gelombang sudut datang nol
 - Konservasi Daya dalam Pantulan
 - Standing Wave Ratio, Impedansi Input, dan Matching gelombang
 - Radome (med1|med2|med3 -med1|med2|med3)
 - Perambatan GEM pada arah sembarang
 - Pantulan Sudut-Datang Tak-Nol dan Nol : Gelombang Berdiri
- 4. SALURAN TRANSMISI**
 - Model dan Persamaan Saluran Transmisi
 - Macam-macam Saluran Transmisi dengan Parameter Primer dan Sekundernya, Saluran Distortionless dan Lossless

WHERE ARE WE??

- Kasus 1 : Saluran Tak-merugi Beban Sesuai (V , I , P)
- Kasus 2 : Saluran Tak-merugi Beban Tak-Sesuai (V , I , P)
- Impedansi input dan VSWR
- Kasus 3 : Saluran-saluran Istimewa ($\lambda/2$, $\lambda/4$, $Z_L = 0$, $Z_L = \infty$)
- Kasus 4 : Persoalan Saluran Merugi
- Penyesuaian Impedansi dengan Transformator $1/4$ panjang glb.
- Konsep lebar-pita frekuensi untuk sistem saluran transmisi
- Penyesuaian Impedansi dengan Stub-Tunggal
- Smith-Chart: Pembuatan dan Penggunaan
- Penyesuaian Impedansi dengan Stub Ganda dengan Smith Chart

5. BUMBUNG GELOMBANG PERSEGI (BGP)

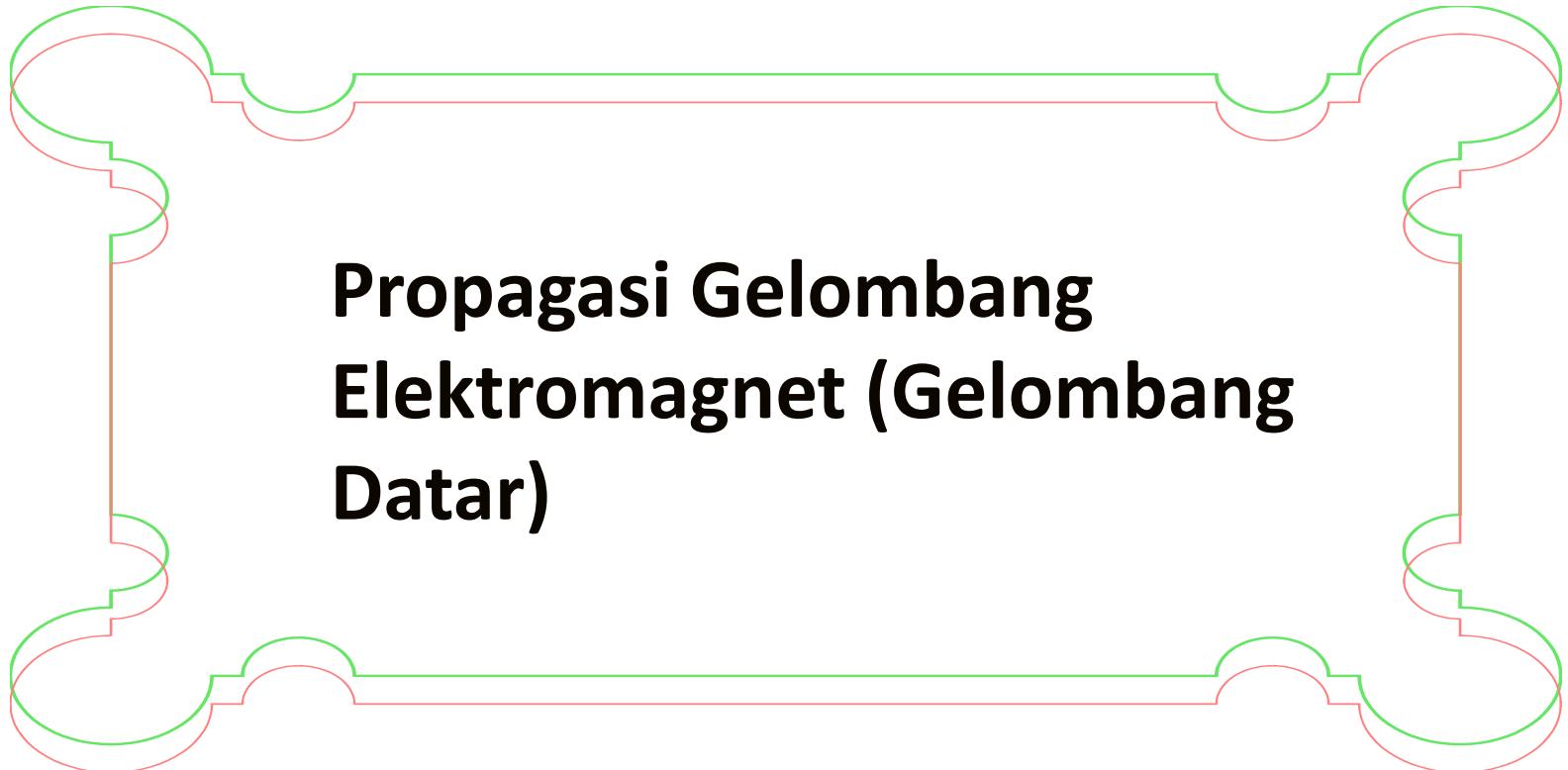
- Analisis Medan Elektromagnetik dalam BGP
- Gelombang Mode TM_{mn}, Parameter Primer dan Sekunder
- Gelombang Mode TE_{mn}, Parameter Primer dan Sekunder
- Tinjauan Daya dan Rugi-rugi

6. BUMBUNG GELOMBANG SIRKULAR (BGS)

- Analisis Medan Elektromagnetik dalam BGS
- Gelombang Mode TM_{nl} dan TE_{nl}, Parameter Primer dan Sekunder
- Pengenalan Serat Optik

7. RADIASI GELOMBANG

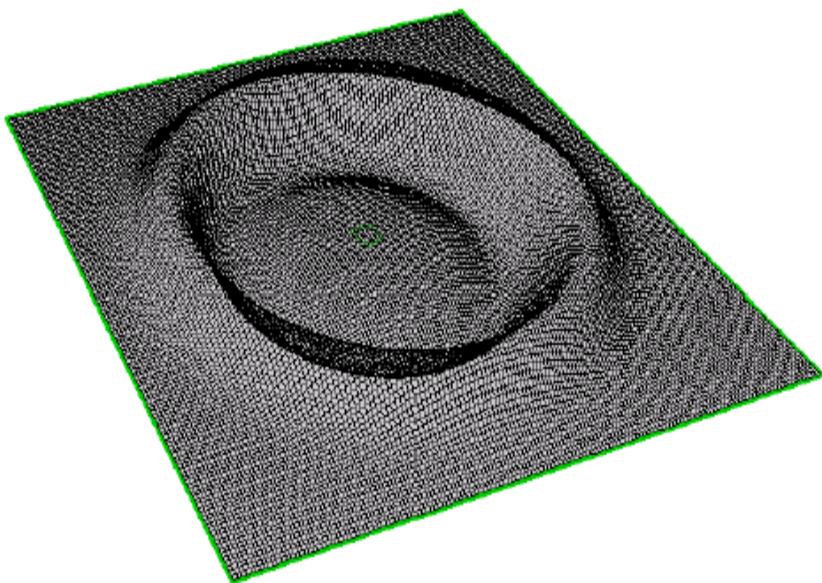
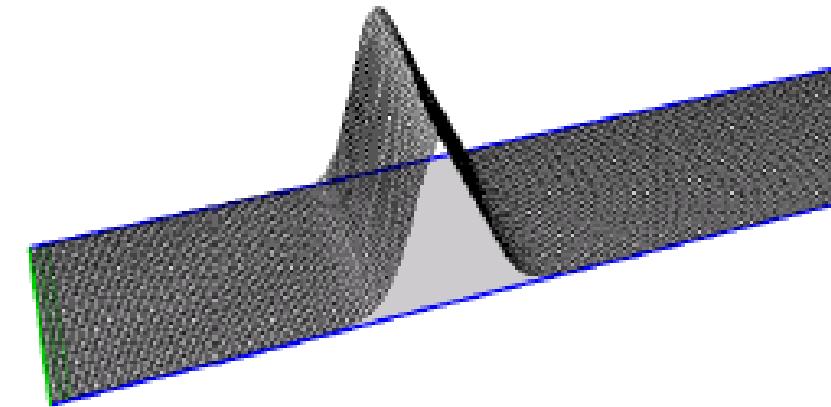
- Analisis Medan Radiasi Filamen Pendek, Diagram Arah
- Aproksimasi untuk Medan Jauh, Daya Pancar, Tahanan Pancar
- Dipole $1/2\lambda$ dan Monopole



Propagasi Gelombang Elektromagnet (Gelombang Datar)

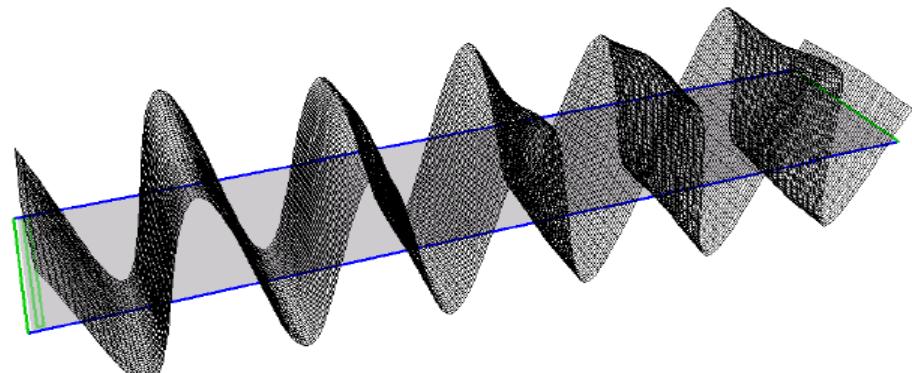
PENDAHULUAN

Gelombang



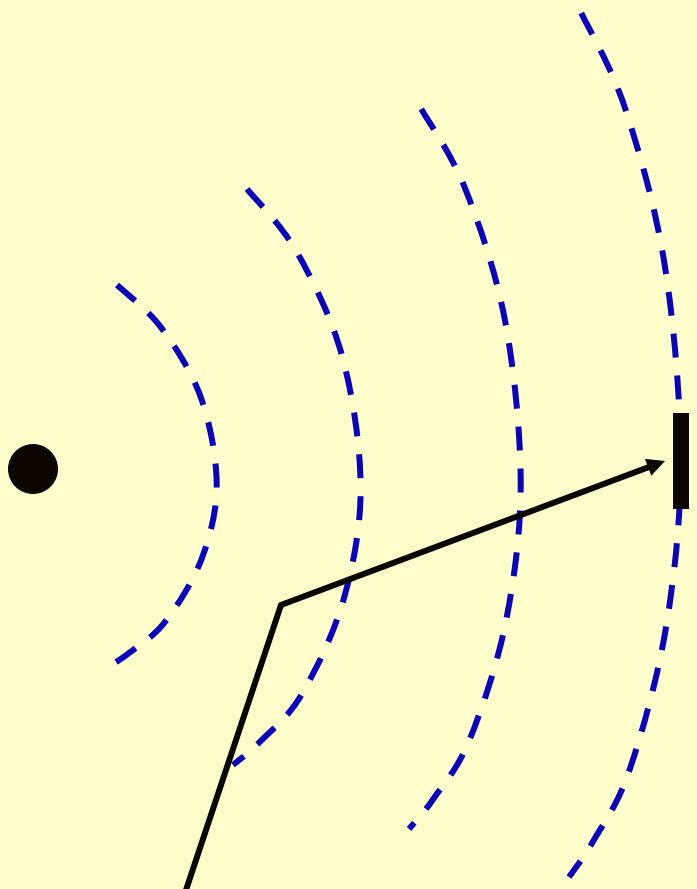
Gelombang adalah suatu fenomena alamiah yang terjadi dalam dimensi ruang dan waktu. Gelombang dapat diperhatikan sebagai ‘gangguan’ yang merambat dengan kecepatan tertentu.

Jika gangguan tersebut merambat ke satu arah, maka disebut sebagai gelombang 1-D. Contohnya adalah gelombang datar (*plane wave*).



PENDAHULUAN

Uniform Plane Wave



Gelombang EM yang dipancarkan suatu sumber , akan merambat ke segala arah.

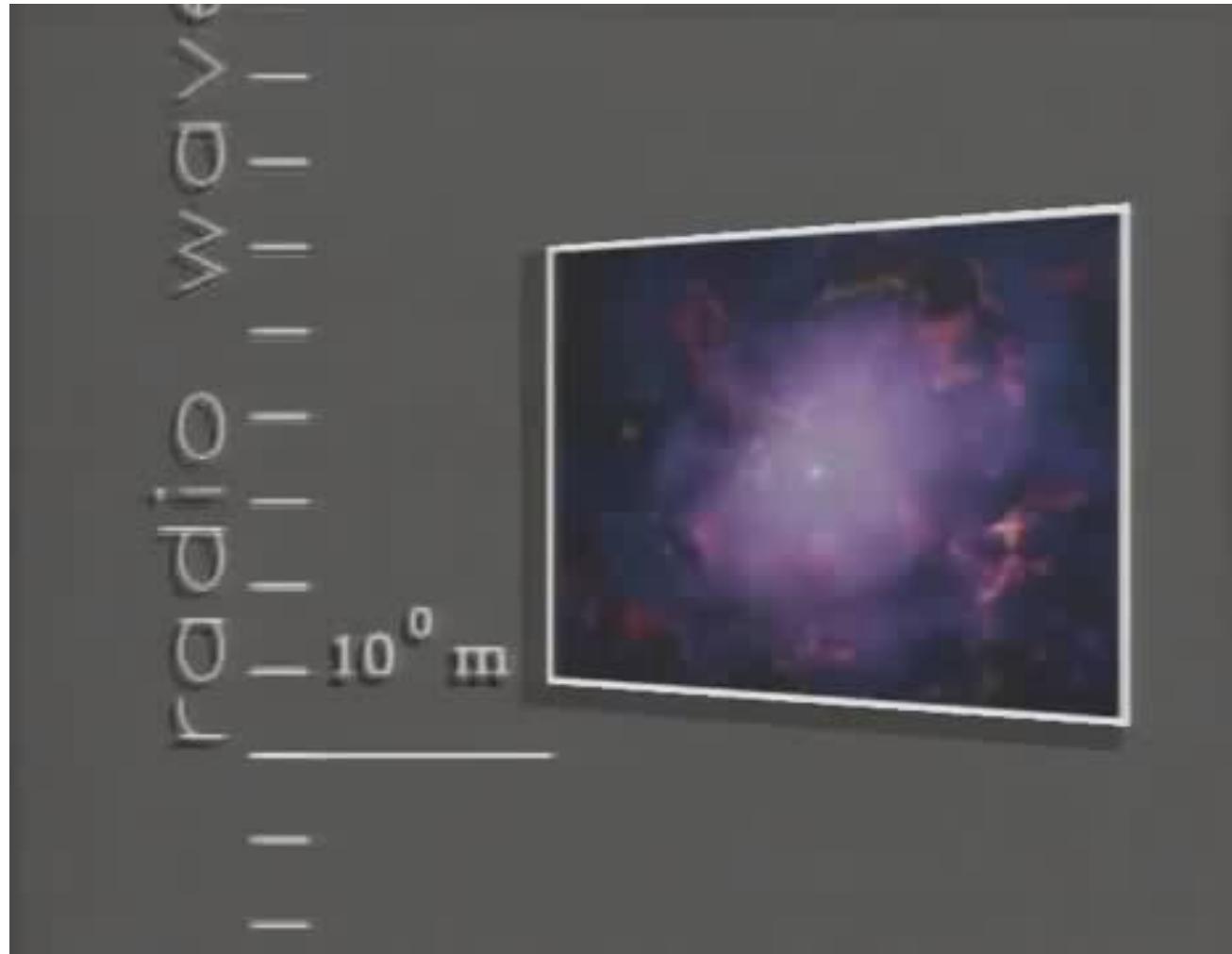
Jika jarak antara pengirim dan penerima sangat jauh ($d \gg$), maka sumber akan dapat dianggap sebagai sumber titik dan muka gelombang akan berbentuk suatu bidang datar.

Muka gelombang adalah titik-titik yang memiliki fasa yang sama.

Amplitude medan pada bidang muka gelombang untuk medium propagasi yang serbasama adalah bernilai sama pula, karena itu disebut sebagai **gelombang uniform / serbasama**

PENDAHULUAN

Uniform Plane Wave



PENDAHULUAN

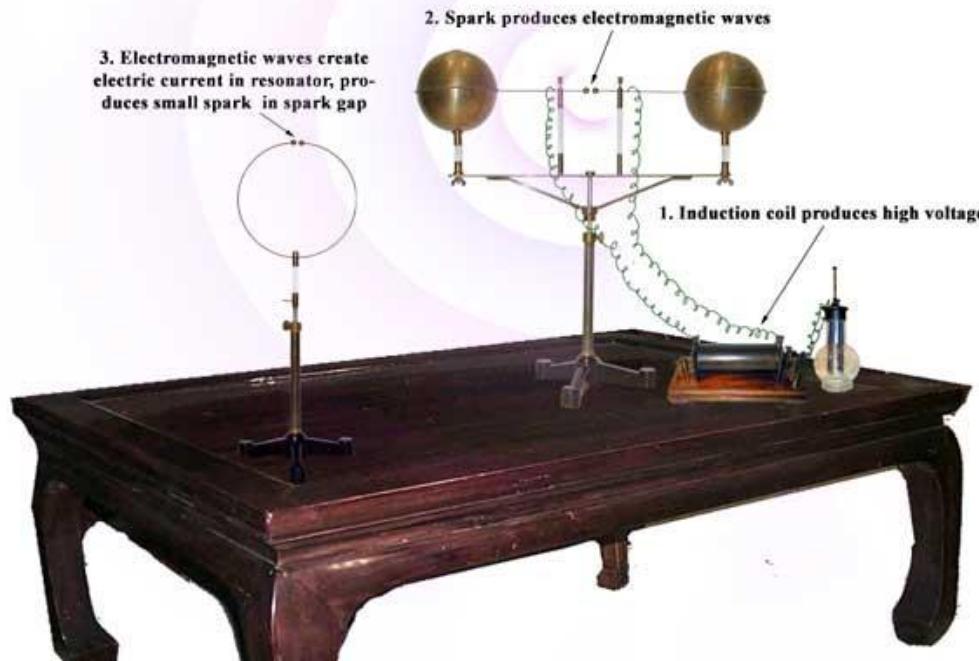
Why Plane Wave?

1. Plane wave adalah pendekatan yang paling tepat jika posisi gelombang berada di lokasi yang jauh dari sumber radiasinya.
2. Jika ada 2 atau lebih gelombang EM, cukup menjumlahkan gelombang-gelombang datar (plane wave) tersebut (prinsip superposisi gelombang)

PENDAHULUAN

Bukti adanya Gelombang Elektromagnetik

1. James Clerk Maxwell adalah orang yang merangkum postulat lengkap tentang gelombang elektromagnetik
2. Heinrich Hertz adalah orang pertama yang membuktikan postulat maxwell



PENDAHULUAN

Bukti adanya Gelombang Elektromagnetik



PENDAHULUAN

Cahaya adalah salah satu contoh gelombang elektromagnetik

Hukum Faraday	$\int \vec{E} \bullet d\vec{L} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \bullet d\vec{S}$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Hukum Ampere dan Arus Pergeseran Maxwell	$\int \vec{H} \bullet d\vec{L} = \int \vec{J} \bullet d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} \bullet d\vec{S}$	$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
Hukum Gauss untuk medan listrik	$\int \vec{D} \bullet d\vec{S} = \int \rho_v dV = Q$	$\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = \rho_v$
Hukum Gauss untuk medan magnet	$\int \vec{B} \bullet d\vec{S} = 0$	$\vec{\nabla} \bullet \vec{B} = 0$

Maxwell equation in vacuum

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \bullet \vec{E} = 0 \\ \vec{\nabla} \bullet \vec{H} = 0 \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= \frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{a}_y = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \hat{a}_y \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= -\frac{\partial H_y}{\partial z} \hat{a}_x = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \hat{a}_x \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t}$$

di deferensialkan terhadap z

$$\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial z} = -\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_x}{\partial t}$$

di deferensialkan terhadap t

PENDAHULUAN

Cahaya adalah salah satu contoh gelombang elektromagnetik

$$\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t}$$



$$\frac{\partial^2 \vec{E}_x}{\partial^2 z} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}_y}{\partial t \partial z}$$



$$\frac{\partial \vec{H}_y}{\partial z} = -\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_x}{\partial t}$$



$$\frac{\partial^2 \vec{H}_y}{\partial z \partial t} = -\epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}_x}{\partial^2 t}$$

disubstitusikan

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_x}{\partial^2 z} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}_x}{\partial^2 t}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_x}{\partial^2 t}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_x}{\partial^2 z}$$



$$\frac{\partial^2 z}{\partial^2 t} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = v_0 = c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Kecepatan Cahaya
Di Vacuum

$$v_0 = c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

Persamaan gelombang dapat diturunkan dari persamaan Maxwell, dengan parameter yang berpengaruh terhadap persamaan gelombang adalah **karakteristik medium perambatan**.

Pada penurunan persamaan gelombang, terlebih dahulu kita menurunkan persamaan gelombang untuk **kasus yang paling umum**, yaitu untuk medium perambatan berupa **dielektrik merugi/Lossy Dielektrik**. Selanjutnya pada medium perambatan yang lain , yaitu : **udara vakum, dielektrik tak merugi dan konduktor sempurna** dipandang sebagai kasus khusus dengan memasukkan nilai-nilai karakteristik medium yang bersangkutan

Kondisi Lossy dielectric	Kondisi Ruang Hampa	Kondisi Dielektrik Sempurna	Kondisi Konduktor Sempurna
$\sigma \neq 0$ $\rho_v = 0$ $\mu_r > 1$ $\epsilon_r > 1$ $\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$ $\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$ $\vec{\nabla} \bullet \epsilon \vec{E}_s = 0$ $\vec{\nabla} \bullet \mu \vec{H}_s = 0$	$\sigma = 0$ $\rho = 0$ $\mu = \mu_0$ $\epsilon = \epsilon_0$ $\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu_0 \vec{H}_s$ $\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = j\omega\epsilon_0 \vec{E}_s$ $\vec{\nabla} \bullet \epsilon_0 \vec{E}_s = 0$ $\vec{\nabla} \bullet \mu_0 \vec{H}_s = 0$	$\sigma = 0$ $\rho = 0$ $\mu_r > 1$ $\epsilon_r > 1$ $\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$ $\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = j\omega\epsilon \vec{E}_s$ $\vec{\nabla} \bullet \epsilon \vec{E}_s = 0$ $\vec{\nabla} \bullet \mu \vec{H}_s = 0$	$\sigma \gg$ $\rho \neq 0$ $\mu_r > 1$ $\epsilon_r > 1$ $\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$ $\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$ $\vec{\nabla} \bullet \epsilon \vec{E}_s = \rho_v$ $\vec{\nabla} \bullet \mu \vec{H}_s = 0$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

Persamaan Gelombang pada Lossy dielectric

Pada Dielektrik Merugi...

$$\sigma \neq 0$$

$$\rho_v = 0$$

$$\mu_r > 1$$

$$\epsilon_r > 1$$

Sehingga persamaan Maxwell (bentuk fasor) yang berlaku untuk dielektrik merugi :

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E}_s &= -j\omega\mu \vec{H}_s \\ \vec{\nabla} \times \vec{H}_s &= (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s \\ \vec{\nabla} \bullet \vec{E}_s &= 0 \\ \vec{\nabla} \bullet \vec{H}_s &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Asumsi-asumsi:

- Medium propagasi homogen, isotropis dan netral ($\rho_v = 0$)
- Medan E dan H sinusoidal terhadap waktu

Perubahan E dan H sinusoidal, dengan pertimbangan bahwa perubahan periodik lain spt segitiga, persegi dsb dapat didekati dengan pendekatan Fourier

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

Bentuk waktu (Real Time) dan bentuk fasor

- Karena **medan E** dan **medan H** diasumsikan sinusoidal maka kita bisa tuliskan medan tersebut dalam fungsi sinusoidal
- Misalkan suatu fungsi sinusoidal :

$$A(t) = A_0 \cos(\omega t + \phi)$$

**Bentuk waktu
(real time)**

$$= A_0 \operatorname{Re}[\cos(\omega t + \phi) + j \sin(\omega t + \phi)]$$

$$= \operatorname{Re}[A_0 e^{j(\omega t + \phi)}] = \operatorname{Re}[A_0 e^{j\phi} e^{j\omega t}]$$

$$A_s = A_0 e^{j\phi}$$

Bentuk Phasor

Note : untuk sementara $\operatorname{Re}[...e^{j\omega t}]$ di "hidden" dulu

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

Bentuk waktu (Real Time) dan bentuk fasor

Contoh :

$$H(z,t) = 100 \cos(10^8 t - 0,5z + 30^\circ)$$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{H}_s = 0$$

Keempat persamaan di atas kemudian menjadi dasar bagi penurunan fungsi waktu real yang menjelaskan perambatan gelombang datar dalam medium dielektrik merugi.

Dari identitas vektor

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_s = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \bullet \vec{E}_s) - \vec{\nabla}^2 \vec{E}_s$$

$$\downarrow \quad \vec{\nabla} \bullet \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s$$

Dari pers. Maxwell I

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{\nabla} \times \vec{H}_s$$

$$\downarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$

Didapatkan Persamaan Diferensial Vektor Gelombang Helmholtz, sbb :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$

Atau dapat
dituliskan sbb :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = \gamma^2 \vec{E}_s$$

Dimana ,

$$\gamma^2 = j\omega\mu (\sigma + j\omega\epsilon)$$

γ disebut sebagai
Konstanta propagasi

Kemudian, dengan uraian bahwa :

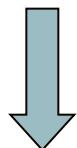
$$\nabla^2 E_s = \underbrace{\left[\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{ys}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial z^2} \right]}_{\text{Komponen } x} \hat{a}_x + \underbrace{\left[\frac{\partial^2 E_{ys}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{ys}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial z^2} \right]}_{\text{Komponen } y} \hat{a}_y + \underbrace{\left[\frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{zs}}{\partial z^2} \right]}_{\text{Komponen } z} \hat{a}_z$$

Persamaan di atas merupakan persamaan diferensial yang rumit, sehingga akan diambil sub kasus pemisalan :

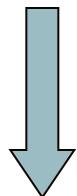
$$E_y = E_z = 0 \Rightarrow E_{ys} = E_{zs} = 0$$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$

 $E_y = E_z = 0 \Rightarrow E_{ys} = E_{zs} = 0$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$



Masih cukup rumit. Kemudian dengan menganggap bahwa E_{xs} merambat ke arah z (E_{xs} tidak berubah terhadap x dan y), didapatkan persamaan diferensial biasa sbb :

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) E_{xs}$$

atau

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = \gamma^2 \vec{E}_{xs}$$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

Solusi persamaan diferensial

$$E_{xs} = E_{x0} e^{-\gamma z}$$

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = \gamma^2 E_{xs}$$
 dapat dituliskan :

dimana, $\gamma^2 = j\omega\mu (\sigma + j\omega\varepsilon)$

$\gamma = \alpha + j\beta = \text{Konstanta propagasi}$

$\alpha = \text{Konstanta redaman}$ $\beta = \text{Konstanta phasa}$

Persamaan bentuk waktu untuk medan listrik, dapat dituliskan :

$$\vec{E}(t) = \text{Re}[E_{x0} e^{-(\alpha+j\beta)z} e^{j\omega t}] \hat{a}_x$$

Ingat kembali perubahan dari bentuk fasor ke bentuk waktu !!

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

Bentuk waktu (real time)

Bentuk phasor

Alternatif penulisannya :

$$E_s = E_0 e^{-\gamma z} \hat{a}_x$$

$$\gamma = \text{konstanta propagasi} = \alpha + j\beta$$

$$= \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon} \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

$$= j\omega\sqrt{\mu\varepsilon} \sqrt{1 - j\tan\theta} \rightarrow \text{Loss Tangent}$$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

Loss Tangent

Didefinisikan suatu besaran yang menyatakan besar kecilnya kerugian dan akan dipakai untuk mengambil nilai-nilai pendekatan engineering , yaitu ***Loss tangent***

$$\tan \theta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}$$

Loss tangent adalah perbandingan antara rapat arus konduksi terhadap rapat arus pergeseran

Nilai-Nilai Pendekatan

Untuk $\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} < 0,1$ {

$$\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$
$$\beta \approx \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$$
$$\eta \approx \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(1 + j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)$$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

Jika medan listrik diketahui, maka medan magnet dapat dicari dengan hubungan :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

$$\begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_{xs} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial E_{xs}}{\partial z} \hat{a}_y = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

Bentuk waktu (real time)

$$\vec{H} = \frac{E_{x0}}{\bar{\eta}} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_y$$

$$\vec{H} = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_y$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{H}_s = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_{xs}}{\partial z} \hat{a}_y \implies E_{xs} = E_{x0} e^{-\gamma z} \\ \vec{H}_s = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial (E_{x0} e^{-\gamma z})}{\partial z} \hat{a}_y \\ \vec{H}_s = \frac{-\gamma E_{x0} e^{-\gamma z}}{-j\omega\mu} \hat{a}_y \end{array} \right\} \boxed{\vec{H}_s = \frac{E_{x0} e^{-\gamma z}}{\eta} \hat{a}_y}$$

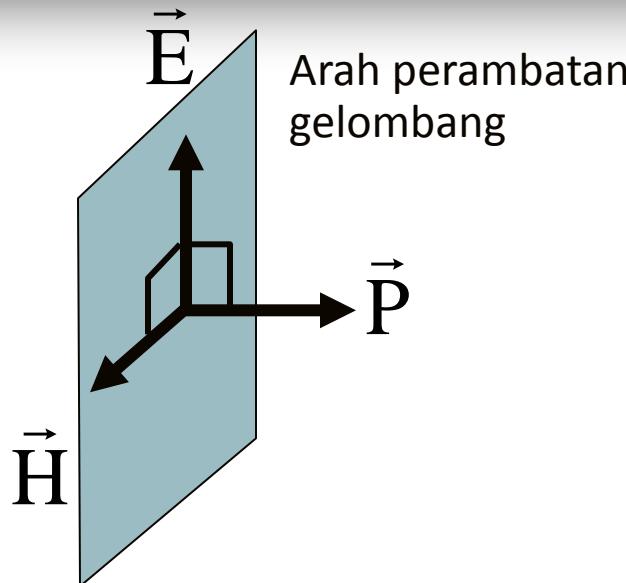
Bentuk phasor

$$\bar{\eta} = \text{impedansi intrinsik} = |\eta| \angle \theta_\eta$$

$$= \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j \tan \theta}}$$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG



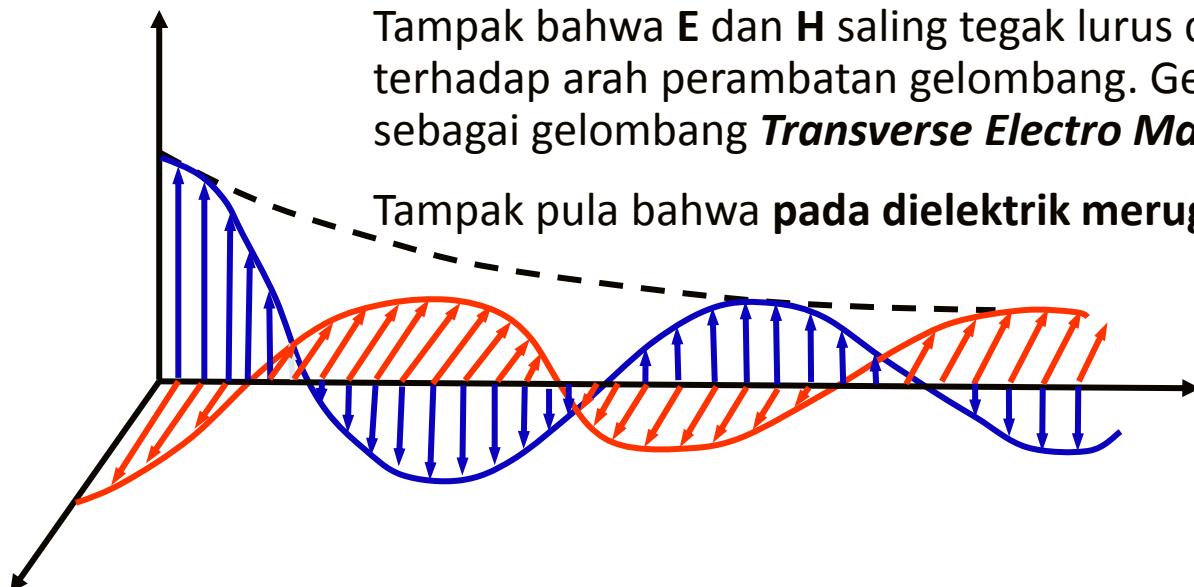
Perhatikan kembali persamaan-persamaan yang sudah kita dapatkan,

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_y$$

Tampak bahwa **E** dan **H** saling tegak lurus dan keduanya tegak lurus pula terhadap arah perambatan gelombang. Gelombang seperti ini disebut sebagai gelombang **Transverse Electro Magnetic (TEM)**.

Tampak pula bahwa pada dielektrik merugi, antara **E** dan **H** tidak sefasa



PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

Persamaan umum gelombang berjalan

$$\vec{E} = E_{x_0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x \left(\frac{\text{Volt}}{\text{meter}} \right)$$

Amplituda medan $\gamma = \alpha + j\beta = \text{Konstanta Propagasi}$

$\alpha = \text{konstanta redaman (neper/meter)}$

$\beta = \text{konstanta fasa (radian/meter)}$

Tanda (-) berarti gelombang merambat ke arah **sumbu z positif**.

Tanda (+) berarti gelombang merambat ke arah **sumbu z negatif**

Gelombang bergetar
searah sumbu x

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

Soal : Tuliskan persamaan gelombang intensitas medan magnet yang berjalan ke arah sumbu x negatif , dan bergetar searah sumbu z. Diketahui amplitudo gelombang adalah 100 ($\mu\text{A}/\text{m}$), konstanta propagasi = $2 + j0,5$, dan frekuensi 1 MHz

Jawab :

$$\text{Frekuensi} = 1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hertz}$$

$$\vec{H} = 100 e^{+2x} \cos(2\pi 10^6 t + 0,5x) \hat{a}_z$$

Amplitudo = 100 ($\mu\text{A}/\text{m}$)

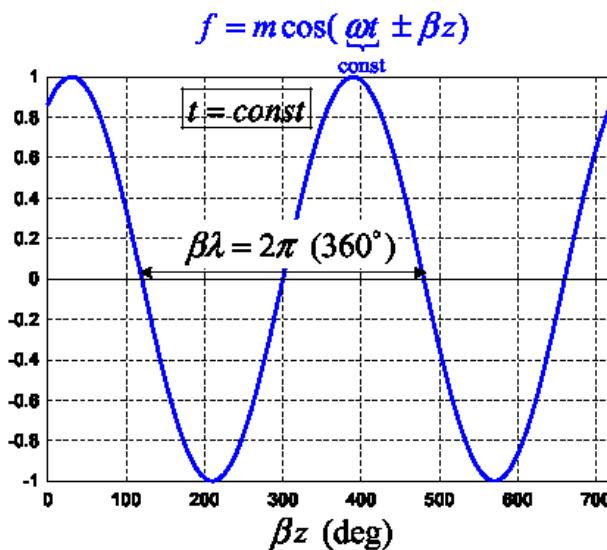
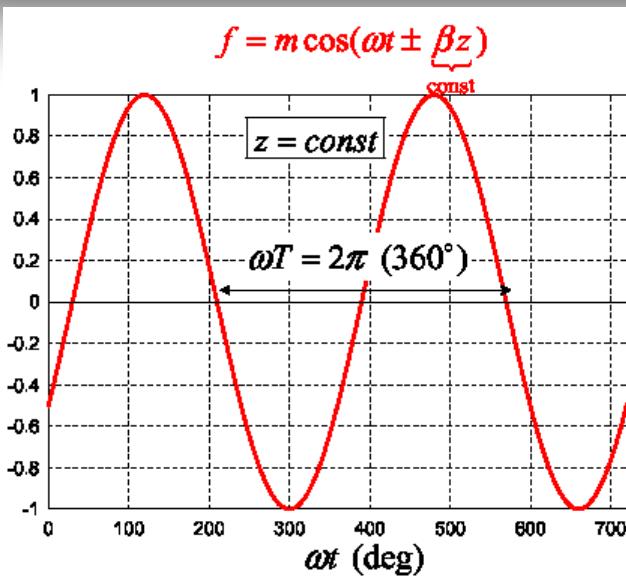
Konstanta redaman = 2 (Np/m), merambat ke sumbu x negatif

Konstanta fasa = 2 (radian/m), merambat ke sumbu x negatif

Bergetar searah sumbu z

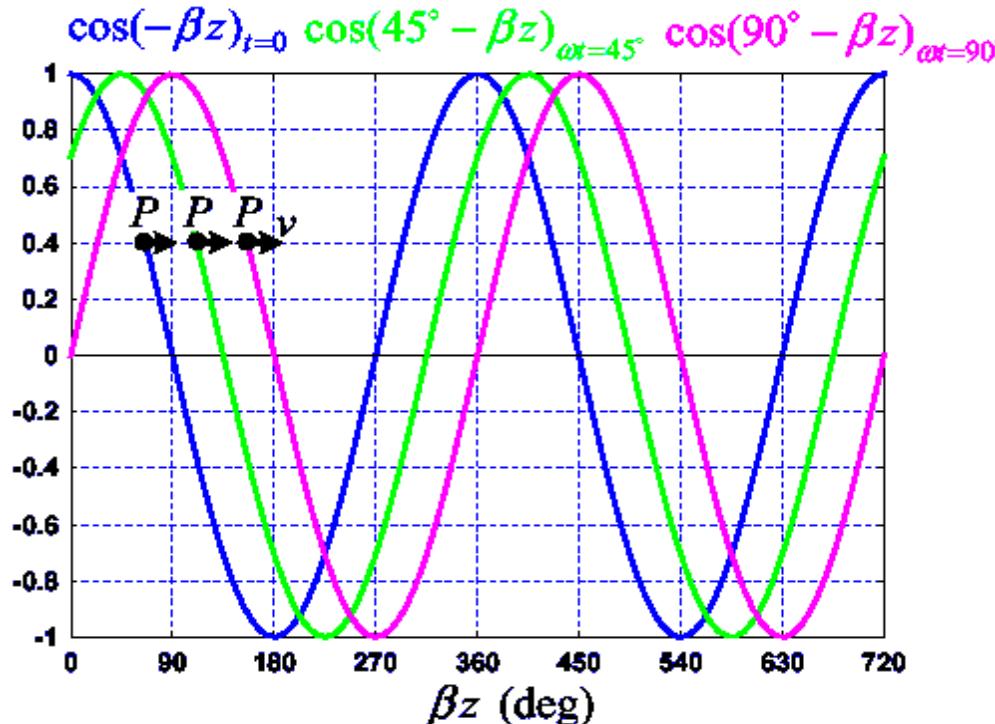
$\left[\frac{\mu\text{A}}{\text{m}} \right]$

PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG

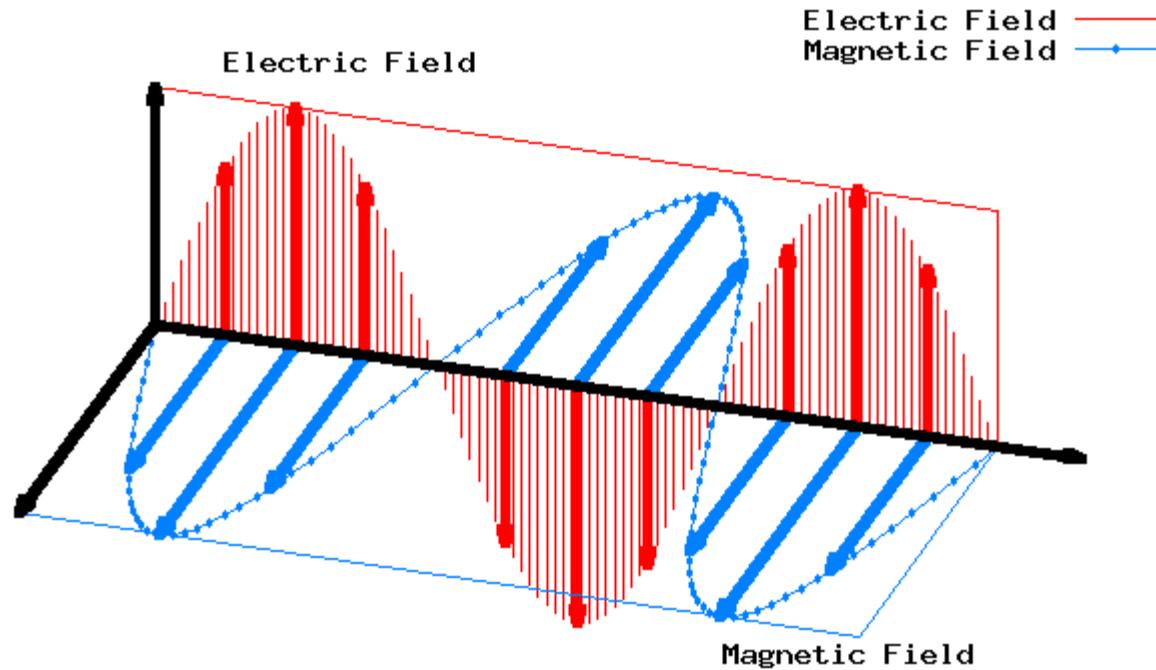


Persamaan gelombang berjalan merupakan **fungsi waktu dan posisi**. Hal ini terlihat pada gambar di samping.

Sebab kenapa disebut sebagai **gelombang berjalan** dapat dilihat pada gambar di bawah. Untuk nilai t yang berubah, maka suatu titik dengan amplitudo tertentu akan berubah posisi



PENURUNAN PERSAMAAN GELOMBANG



VEKTOR POINTING DAN TEOREMA DAYA

Teorema daya untuk gelombang elektromagnetik mula-mula dikembangkan dari postulat (hipotesa terhadap persamaan Maxwell) oleh **John H Poynting** tahun 1884.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

↓
Kedua ruas dikalikan dengan \vec{E}

$$\vec{E} \bullet (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{J} \bullet \vec{E} + \vec{E} \bullet \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

↓
Dengan **Identitas vektor**

$$-\nabla \bullet (\vec{E} \times \vec{H}) + \vec{H} \bullet \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{J} \bullet \vec{E} + \vec{E} \bullet \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Dengan substitusi,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$-\nabla \bullet (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{J} \bullet \vec{E} + \epsilon \vec{E} \bullet \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \vec{H} \bullet \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\epsilon \vec{E} \bullet \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} \right) \quad \mu \vec{H} \bullet \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu H^2}{2} \right)$$

$$-\nabla \bullet (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{J} \bullet \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right)$$

VEKTOR POINTING DAN TEOREMA DAYA

$$-\nabla \bullet (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{J} \bullet \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right)$$

↓ Kedua ruas diintegrasikan terhadap seluruh volume

$$-\oint_V \nabla \bullet (\vec{E} \times \vec{H}) dV = \oint_V \vec{J} \bullet \vec{E} dV + \oint_V \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dV$$

↓ Dengan **Teorema Divergensi**, didapatkan :

$$-\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \bullet dS = \oint_V \vec{J} \bullet \vec{E} dV + \frac{\partial}{\partial t} \oint_V \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dV$$

Ruas kiri : Tanda (-) menunjukkan penyerapan/disipasi daya total pada volume tersebut. Jika ada sumber yang mengeluarkan daya pada volume tersebut, digunakan tanda (+)

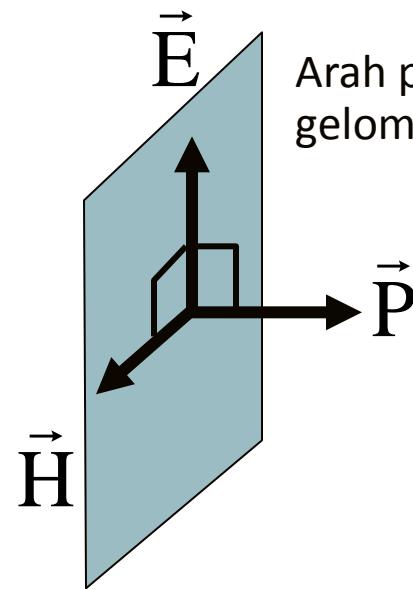
Ruas kanan :

Integrasi suku pertama menunjukkan disipasi ohmik

Integrasi suku kedua adalah energi total yang disebabkan/tersimpan dalam medan listrik dan medan magnetik pada volume tersebut, kemudian turunan parsial terhadap waktu menyatakan daya sesaatnya

VEKTOR POINTING DAN TEOREMA DAYA

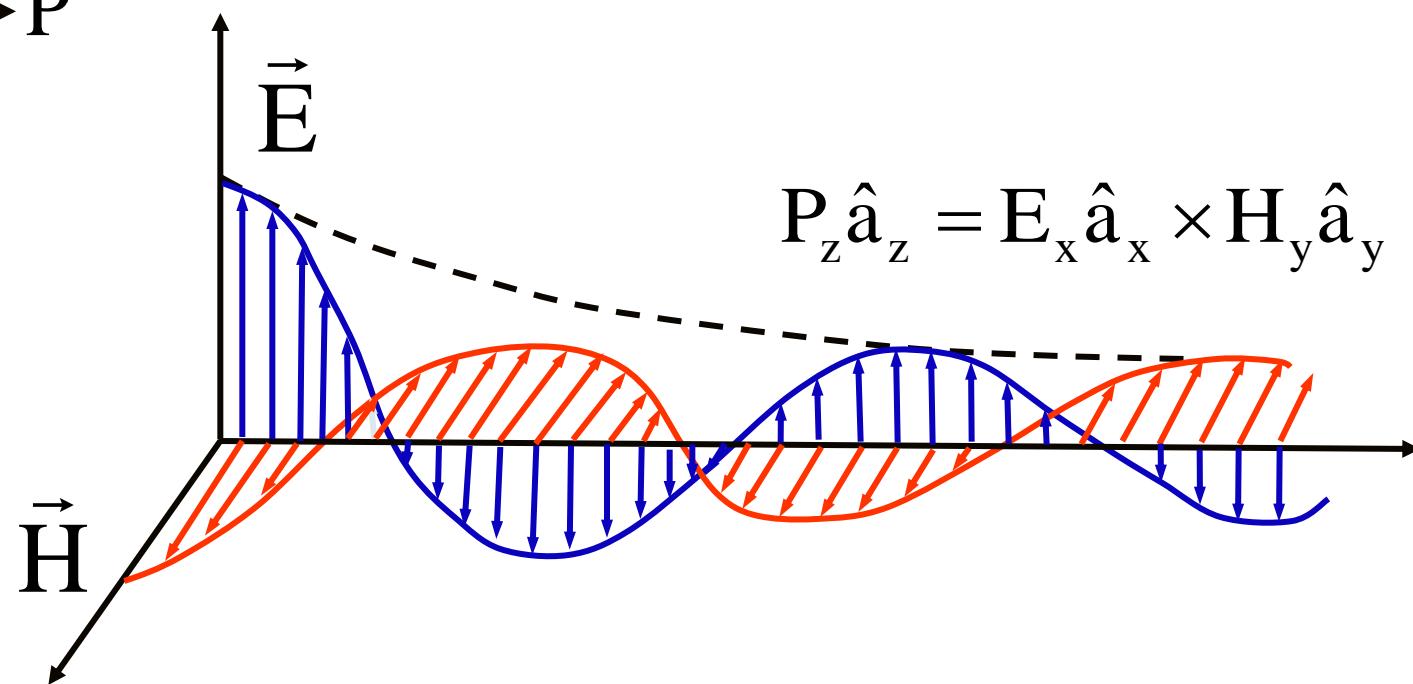
Didefinisikan Vektor Poynting = \vec{P}



Arah perambatan
gelombang

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$P_z \hat{a}_z = E_x \hat{a}_x \times H_y \hat{a}_y$$



VEKTOR POINTING DAN TEOREMA DAYA

Peninjauan Daya ...

Misalkan :

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_y$$

Maka,

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$= \frac{E_{x0}^2}{|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_z$$

$$= \frac{E_{x0}^2}{2|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} [\cos \theta_\eta + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta)] \hat{a}_z$$

$$\left(\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2} \right)$$

$$\left(\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2} \right)$$

VEKTOR POINTING DAN TEOREMA DAYA

Daya Rata-Rata ...

$$P_{z,av} = \frac{1}{T} \int_0^T P_z dt = \frac{E_{x0}^2}{2|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_\eta$$

- Terjadi redaman kerapatan daya seharga $e^{-2\alpha z}$
- Impedansi intrinsik menimbulkan faktor $\cos \theta_\eta$ yang juga menentukan kerapatan daya

GELOMBANG DATAR DALAM RUANG HAMPA

Persamaan Gelombang pada Ruang Hampa

Untuk ruang hampa :

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} (\text{H/m}) \quad \sigma = 0$$

$$\epsilon = \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} (\text{F/m}) \quad \rho = 0$$

- Bentuk umum pada dielektrik merugi,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

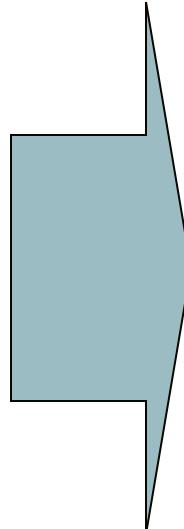
$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{H}_s = 0$$

- Persamaan gelombang Helmholtz

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$



Pada ruang hampa,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu_0 \vec{H}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = j\omega\epsilon_0 \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{H}_s = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{E}_s$$

GELOMBANG DATAR DALAM RUANG HAMPA

- Konstanta propagasi

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)}$$
$$= j\omega\sqrt{\mu\varepsilon} \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

- Impedansi intrinsik

$$\bar{\eta} = |\eta| \angle \theta_n = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}}$$

- Persamaan medan listrik

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

- Persamaan medan magnet

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_n) \hat{a}_y$$

Pada ruang hampa,

$$\gamma = 0 + j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$$

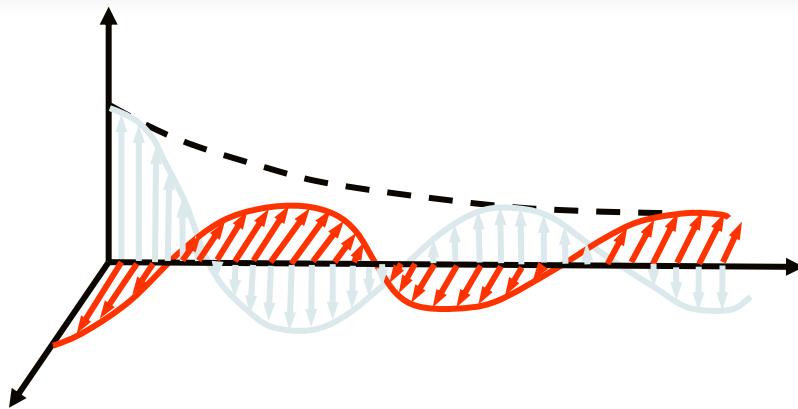
$$\bar{\eta} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377 \angle 0^\circ$$

$$\vec{E}(t) = E_{x0} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{377} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_y$$

GELOMBANG DATAR DALAM RUANG HAMPA

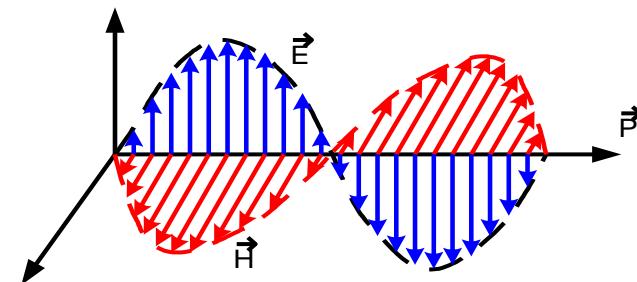
- Bentuk Gelombang



- Vektor Poynting

$$\vec{P} = \frac{E_{x0}^2}{2|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} [\cos \theta_\eta + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta)] \hat{a}_z$$

Pada ruang hampa,



- Daya rata-rata

$$P_{z,av} = \frac{1}{T} \int_0^T P_z dt = \frac{E_{x0}^2}{2|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_\eta$$

$$\boxed{\vec{P} = \frac{E_{x0}^2}{377} \cos^2(\omega t - \beta z) \hat{a}_z}$$

- Kecepatan gelombang

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

$$\boxed{P_{z,av} = \frac{1}{2} \frac{E_{x0}^2}{377}}$$

$$\boxed{v = 3 \cdot 10^8 \left(\frac{m}{dt} \right)}$$

GELOMBANG DATAR PADA DIELEKTRIK SEMPURNA

Untuk dielektrik sempurna :

$$\mu_r > 1 \quad \sigma = 0$$

$$\epsilon_r > 1 \quad \rho = 0$$

Dielektrik sempurnan memiliki sifat dan karakteristik yang hampir sama dengan udara vakum

- Bentuk umum pada dielektrik merugi,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

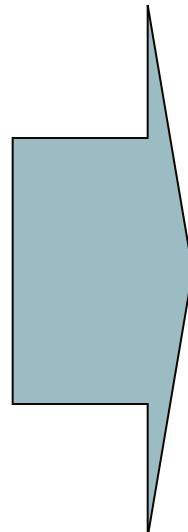
$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{H}_s = 0$$

- Persamaan gelombang Helmholtz

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E}_s$$



Pada dielektrik sempurna

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -j\omega\mu \vec{H}_s$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = j\omega\epsilon \vec{E}_s$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{E}_s = 0$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{H}_s = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_s = -\omega^2 \mu \epsilon \vec{E}_s$$

GELOMBANG DATAR PADA DIELEKTRIK SEMPURNA

- Konstanta propagasi

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$
$$= j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

- Impedansi intrinsik

$$\bar{\eta} = |\eta| \angle \theta_\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}}$$

- Persamaan medan listrik

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

- Persamaan medan magnet

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{|\bar{\eta}|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_y$$

Pada dielektrik sempurna

$$\gamma = 0 + j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

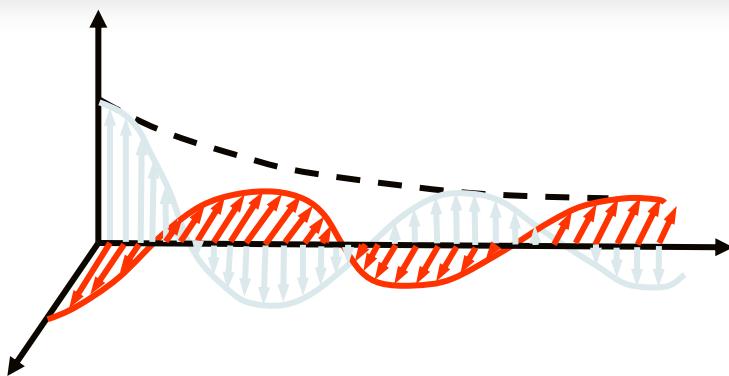
$$\bar{\eta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 377 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

$$\vec{E}(t) = E_{x0} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{377} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_y$$

GELOMBANG DATAR PADA DIELEKTRIK SEMPURNA

- Bentuk Gelombang**



- Vektor Poynting**

$$\vec{P} = \frac{E_{x0}^2}{2|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} [\cos \theta_\eta + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta)] \hat{a}_z$$

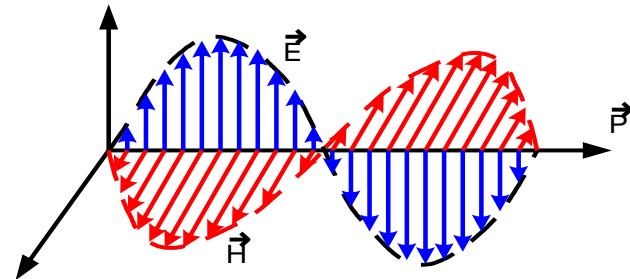
- Daya rata-rata**

$$P_{z,av} = \frac{1}{T} \int_0^T P_z dt = \frac{E_{x0}^2}{2|\bar{\eta}|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_\eta$$

- Kecepatan gelombang**

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

Pada dielektrik sempurna



$$\vec{P} = \frac{E_{x0}^2}{377} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}} \cos^2(\omega t - \beta z) \hat{a}_z$$

$$P_{z,av} = \frac{1}{2} \frac{E_{x0}^2}{377} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

GELOMBANG DATAR PADA KONDUKTOR SEMPURNA

Pada konduktor yang baik :

$$\begin{aligned}\mu_r &> 1 & \sigma &>> \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \\ \varepsilon_r &> 1 & \rho \neq 0 &\end{aligned} \gg 1$$

- Konstanta propagasi

$$\begin{aligned}\gamma &= \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} \\ &= j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}\end{aligned}$$

- Impedansi intrinsik

$$\bar{\eta} = |\eta| \angle \theta_\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}}$$

Didefinisikan "Skin Depth"

Pada konduktor yang baik

$$\gamma \approx \sqrt{\pi f \mu \sigma} + j\sqrt{\pi f \mu \sigma}$$

Cobalah menurunkan sendiri !

$$\bar{\eta} = \frac{1}{\sigma\delta} + j\frac{1}{\sigma\delta} = \frac{\sqrt{2}}{\sigma\delta} \angle 45^\circ$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta}$$

GELOMBANG DATAR PADA KONDUKTOR SEMPURNA

- Persamaan medan listrik

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \hat{a}_x$$

- Persamaan medan magnet

$$\vec{H}(t) = \frac{E_{x0}}{|\eta|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \hat{a}_y$$

Pada konduktor yang baik

$$\vec{E}(t) = E_{x0} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta) \hat{a}_x$$

$$\vec{H}(t) = \frac{\sigma \delta}{\sqrt{2}} E_{x0} \cdot e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta - \pi/4) \hat{a}_y$$

Pada konduktor yang baik, intensitas medan magnet tertinggal (lagging) sebesar 45° ($1/8$ siklus) terhadap intensitas medan listrik

GELOMBANG DATAR PADA KONDUKTOR SEMPURNA

- **Vektor Poynting**

$$\vec{P} = \frac{E_{x0}^2}{2|\eta|} e^{-2\alpha z} [\cos \theta_n + \cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_n)] \hat{a}_z$$

Pada konduktor yang baik

$$\vec{P} = \frac{\sigma\delta}{\sqrt{2}} E_{x0}^2 e^{-\frac{2z}{\delta}} \left[\cos \frac{\pi}{4} + \cos \left(2\omega t - \frac{2z}{\delta} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \hat{a}_z$$

- **Daya rata-rata**

$$P_{z,av} = \frac{1}{T} \int_0^T P_z dt = \frac{E_{x0}^2}{2|\eta|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_n$$

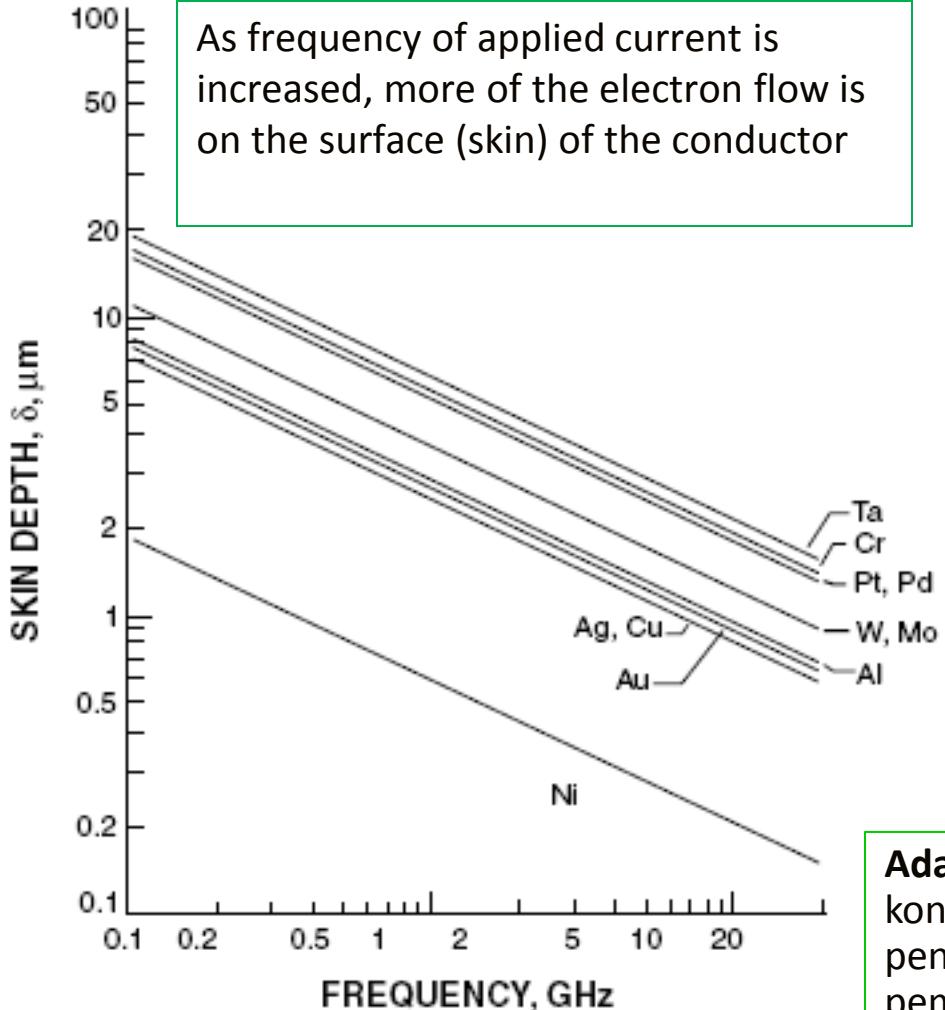
$$P_{z,av} = \frac{1}{4} \sigma\delta E_{x0}^2 e^{-\frac{2z}{\delta}}$$

Energi elektromagnet tidak diteruskan ke dalam konduktor, akan tetapi merambat di sekeliling konduktor, sehingga konduktor hanya membimbing gelombang. Arus yang mengalir dalam konduktor akan mengalami redaman tahanan konduktor dan merupakan kerugian bagi konduktor sebagai pembimbing gelombang.

Rumusan diatas menunjukkan bahwa rapat daya pada bidang $z = \delta$ adalah sebesar e^{-2} , atau sebesar **0,135 kali** dari rapat daya pada permukaan konduktor ($z = 0$).

GELOMBANG DATAR PADA KONDUKTOR SEMPURNA

Skin Effect



As frequency of applied current is increased, more of the electron flow is on the surface (skin) of the conductor

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}}$$

σ = Conductivity of the metal(S/m)

f = frequency(Hz)

μ = permeability of metal(H/m)

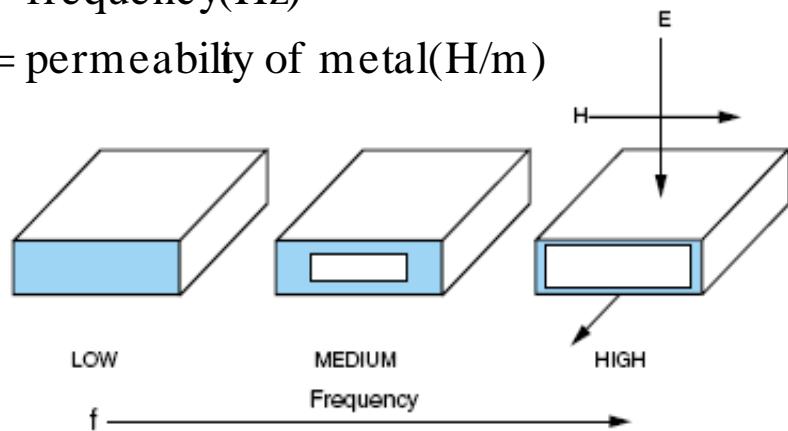
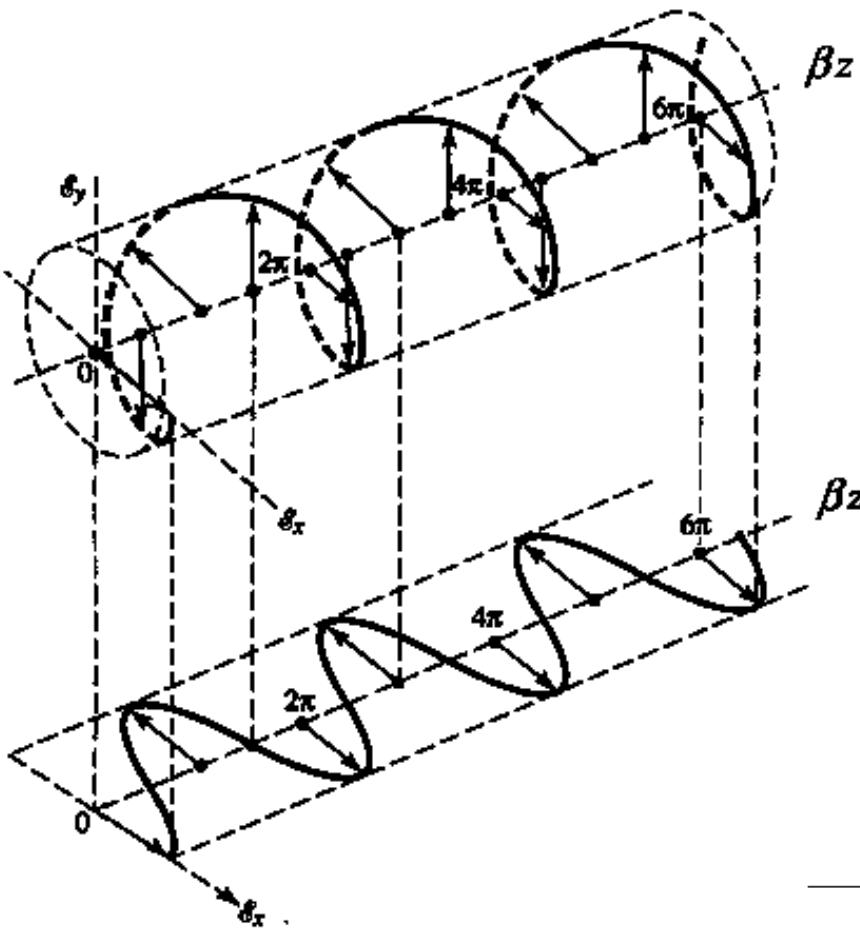


FIGURE 13.19 Effect of frequency on conductor cross section.

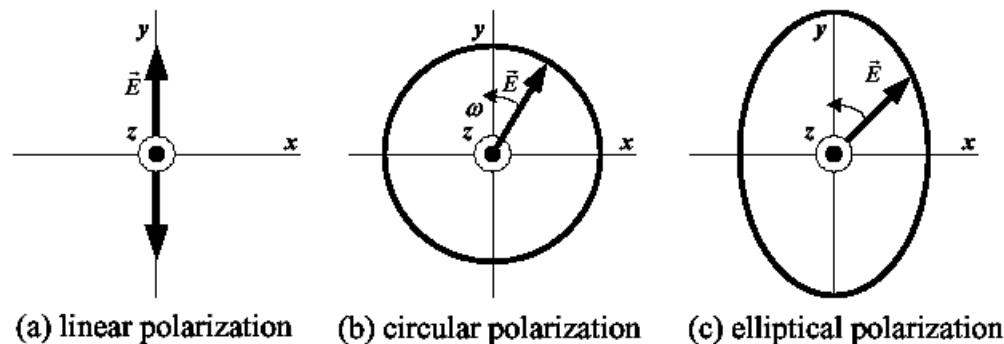
Adanya efek kulit (skin depth) menyebabkan konduktor sangat buruk dipakai sebagai medium penjalaran daya. Konduktor cukup baik untuk pembimbing / penghantar arus dan cukup dalam bentuk pipa berhubung adanya efek kulit tadi.

POLARISASI GELOMBANG



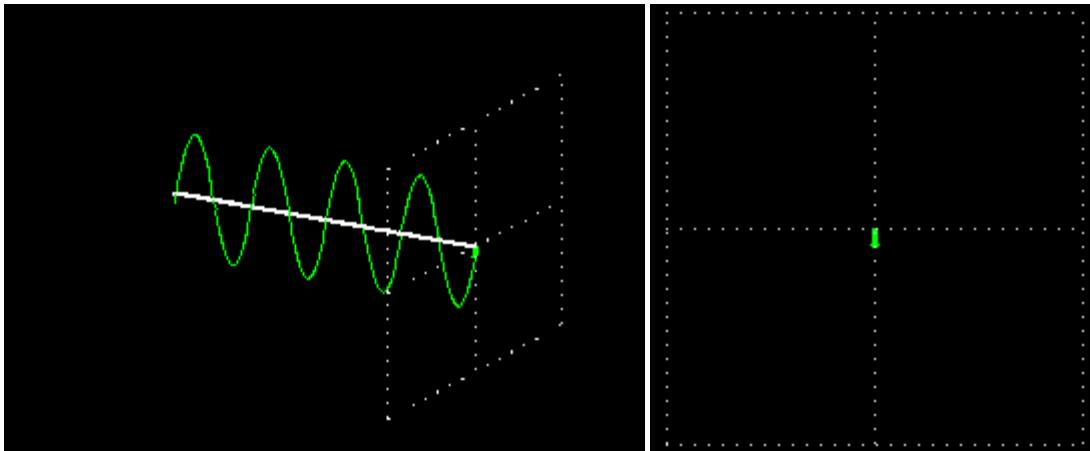
Polarisasi adalah sifat GEM yang menjelaskan arah dan amplitudo vektor intensitas **medan listrik (E)** sebagai fungsi waktu pada bidang yang tegak lurus terhadap arah perambatannya.

Macam-macam polarisasi : **Linear, Sirkular (lingkaran), dan Ellips**

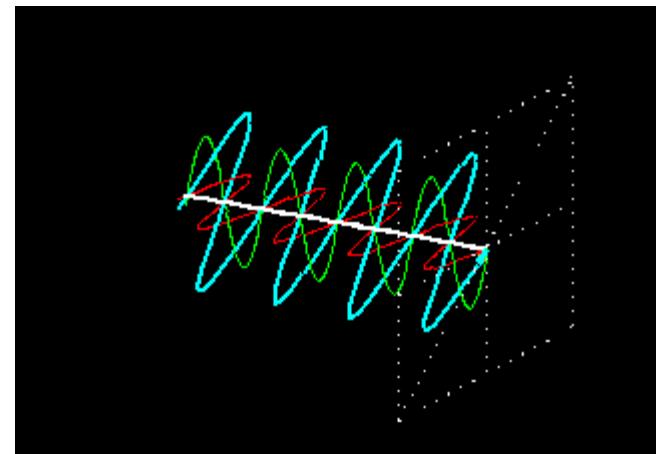


POLARISASI GELOMBANG

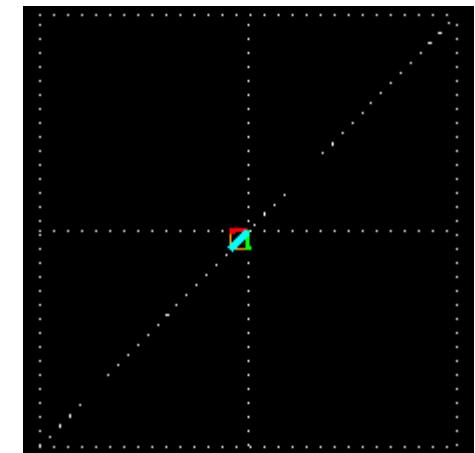
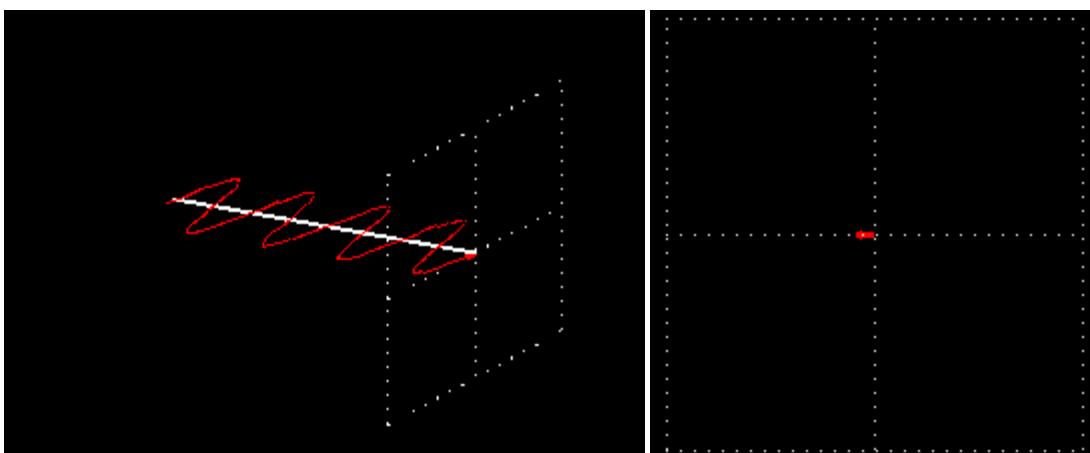
Polarisasi Vertical



Polarisasi Slant

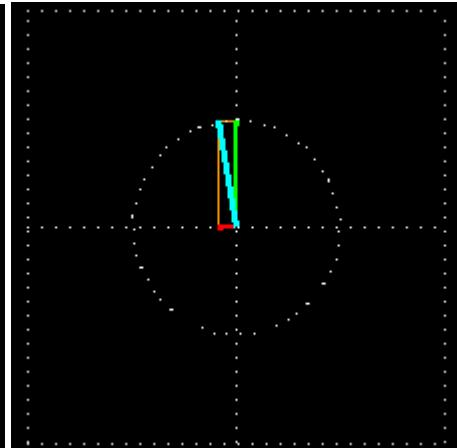
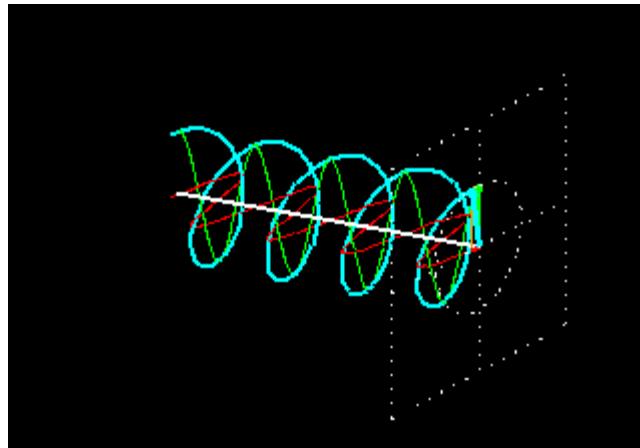


Polarisasi Horizontal

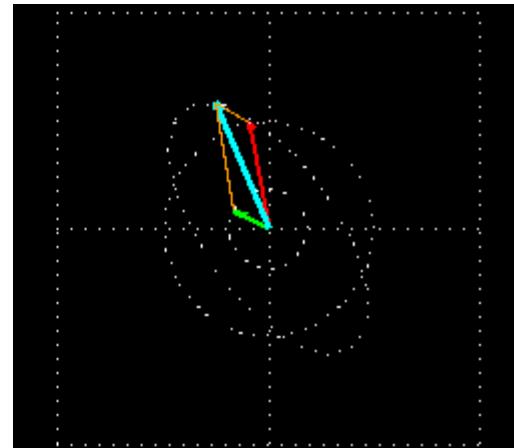


POLARISASI GELOMBANG

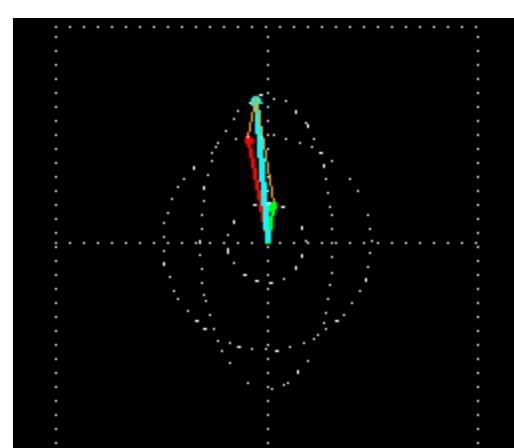
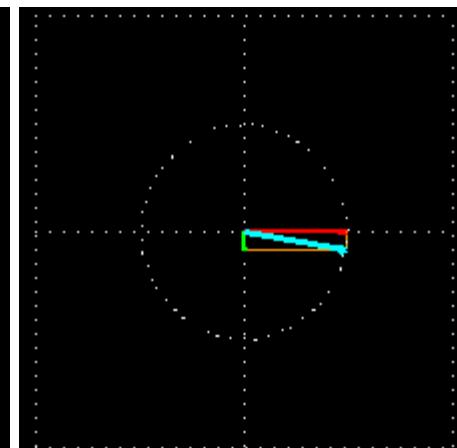
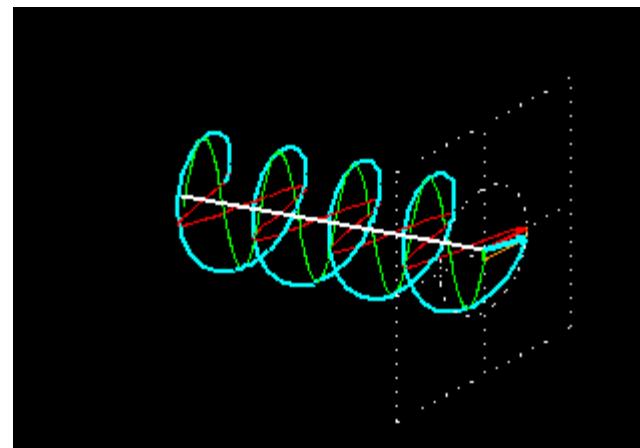
RHCP



Elips



LHCP



POLARISASI GELOMBANG

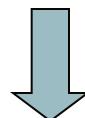
Polarisasi eliptik dapat dipandang sebagai **bentuk polarisasi yang paling umum** :

- Dapat merupakan jumlah 2 polarisasi linear yang saling tegak lurus (orthogonal)
- Dapat merupakan jumlah 2 polarisasi sirkular dengan arah berlawanan dan magnitudo berbeda

Jika polarisasi eliptik dipandang sebagai penjumlahan polarisasi linear yang saling tegak lurus, maka :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_x &= E_{xo} \sin(\omega t - \beta z + \delta_x) \hat{a}_x \\ \vec{E}_y &= E_{yo} \sin(\omega t - \beta z + \delta_y) \hat{a}_y \end{aligned} \right\} \vec{E}_t = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

$$\vec{E}_t = E_{xo} \sin(\omega t - \beta z + \delta_x) \hat{a}_x + E_{yo} \sin(\omega t - \beta z + \delta_y) \hat{a}_y$$



Polarisasi selalu ditinjau untuk **jarak tertentu**.
Misal **pada $z = 0$** , akan didapatkan

$$\vec{E}_t = E_{xo} \sin(\omega t + \delta_x) \hat{a}_x + E_{yo} \sin(\omega t + \delta_y) \hat{a}_y$$

POLARISASI GELOMBANG

Polarisasi Linear

Syarat (salah satu) :

$$\Leftrightarrow E_{x0} \text{ ada nilainya; } E_{y0} = 0$$

$$\Leftrightarrow E_{y0} \text{ ada nilainya; } E_{x0} = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta\delta = \delta_y - \delta_x = n\pi, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Polarisasi Sirkular

Syarat :

$$\Leftrightarrow E_{x0} = E_{y0}$$

RHCP/CW

$$\Leftrightarrow \Delta\delta = \delta_y - \delta_x = \begin{cases} +\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, 3, \dots \\ -\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

LHCP/CCW

Polarisasi Eliptik

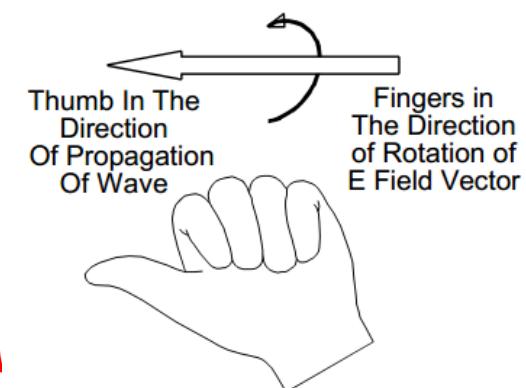
Syarat :

$$\Leftrightarrow E_{x0} \neq E_{y0}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\delta = \delta_y - \delta_x = \begin{cases} +\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, 3, \dots \\ -\left(\frac{1}{2} + 2n\right)\pi, & n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

RHCP/CW

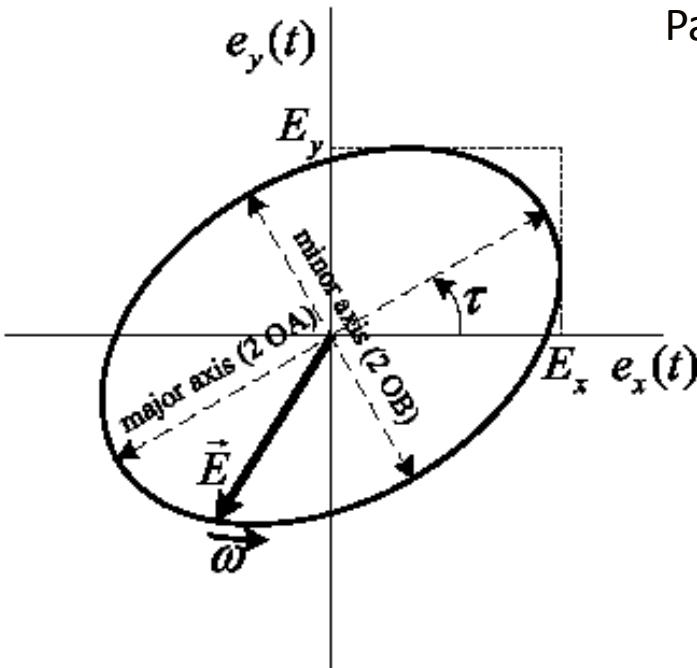
LHCP/CCW



LEFT HAND POLARIZATION

POLARISASI GELOMBANG

Kasus paling umum : Polarisasi Eliptik



Parameter-parameter pada polarisasi eliptik adalah :

a. Major Axis (2 x OA)

$$OA = \sqrt{\frac{1}{2} \left[E_x^2 + E_y^2 + \sqrt{E_x^4 + E_y^4 + 2E_x^2 E_y^2 \cos(2\delta)} \right]}$$

b. Minor Axis (2 x OB)

$$OB = \sqrt{\frac{1}{2} \left[E_x^2 + E_y^2 - \sqrt{E_x^4 + E_y^4 + 2E_x^2 E_y^2 \cos(2\delta)} \right]}$$

c. Tilt angle (τ)

$$\tau = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2E_x E_y}{E_x^2 - E_y^2} \cos \delta \right)$$

d. Axial Ratio (AR)

$$AR = \frac{\text{Major axis}}{\text{Minor axis}} = \frac{OA}{OB}$$



AR = 1 → Polarisasi Circular
AR = ∞ → polarisasi linear
1 < AR < ∞ → Polarisasi Elips

ANY QUESTION???





Thank you